CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-100-2506 OMAP-200-2506 OMAP-400-2506 OMAP-500-2506 OMAP-600-2506 OMAP-700-2506 OMAP-C00-2506 OMAU-C00-2506
Termin egzaminu:	11 czerwca 2025 r.
Data publikacji dokumentu:	20 czerwca 2025 r.

Zadanie 1. (0–1)

Podstawa programowa 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**Klasy VII i VIII** XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą […] tabel […]; 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**Klasy IV–VI** V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**Klasy IV–VI** XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**Klasy VII i VIII** I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**Klasy IV–VI** II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 6) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**Klasy VII i VIII** XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe […] i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych. **Klasy IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BC

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**Klasy IV–VI** IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka. V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 4) oblicza ułamek danej liczby całkowitej.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**Klasy VII i VIII** VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**Klasy IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: […] kwadratu […], rombu […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PF

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	**Klasy IV–VI** IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**Klasy VII i VIII** III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**Klasy IV–VI** XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: […] trapezu […] przedstawion[ego] na rysunku […]. **Klasy VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
AD

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**Klasy VII i VIII** XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takie, które nie są prawidłowe […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	**Klasy IV–VI** IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku […]. **Klasy VII i VIII** X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PF

Zadanie 15. (0−1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**Klasy IV–VI** V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 4) oblicza ułamek danej liczby całkowitej. XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 6) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16–21 uczeń podaje <u>tylko</u> poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe, wynikające np. z graficznego podobieństwa cyfr)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.℃ – 0C)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. x^2 – x_2, m_2 – m^2).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 16. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	**Klasy VII i VIII** III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- zapisanie poprawnego wyrażenia algebraicznego jednej zmiennej, opisującego cenę hulajnogi w sklepie C w zależności od ceny hulajnogi w sklepie A, prawidłowe obliczenia ***oraz*** poprawny sposób uzasadnienia, że cena hulajnogi w sklepie C jest niższa od ceny hulajnogi w sklepie A

  LUB
- graficzne przedstawienie poprawnej zależności między cenami hulajnogi w sklepach A i C ***oraz*** poprawne uzasadnienie, że cena hulajnogi w sklepie C jest niższa od ceny hulajnogi w sklepie A.

1 punkt

- zapisanie poprawnego wyrażenia algebraicznego jednej zmiennej, opisującego cenę hulajnogi w sklepie C w zależności od ceny hulajnogi w sklepie A, np.

  $0{,}8x \cdot 1{,}2$ albo $\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{5}x$ albo $0{,}8x + 0{,}16x$ lub zapisy równoważne

  LUB
- graficzne przedstawienie poprawnej zależności między cenami hulajnogi w sklepach A i C.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

<u>Uwaga</u>

Jeżeli uczeń uzasadnia prawdziwość stwierdzenia dla wybranych cen hulajnogi, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

x – cena hulajnogi w sklepie A

$0{,}8x$ – cena hulajnogi w sklepie B

Obliczymy, jaką część ceny hulajnogi w sklepie A stanowi cena hulajnogi w sklepie C:

$$1{,}2 \cdot 0{,}8x = 0{,}96x$$

Ponieważ $0{,}96x < 1x$, zatem cena hulajnogi w sklepie C jest niższa od ceny hulajnogi w sklepie A.

II sposób

x – cena hulajnogi w sklepie A

$\frac{4}{5}x$ – cena hulajnogi w sklepie B

Obliczymy, jaką część ceny hulajnogi w sklepie A stanowi cena hulajnogi w sklepie C:

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{5}x = \frac{24}{25}x$$

Ponieważ

$$\frac{24}{25}x < x$$

Zatem cena hulajnogi w sklepie C jest niższa od ceny hulajnogi w sklepie A.

III sposób

x – cena hulajnogi w sklepie A

$0{,}8x$ – cena hulajnogi w sklepie B

Obliczymy, o ile wyższa jest cena hulajnogi w sklepie C od ceny hulajnogi w sklepie B:

$$0{,}8x : 5 = 0{,}16x$$

Obliczymy, jaką część ceny hulajnogi w sklepie A stanowi cena hulajnogi w sklepie C:

$$0{,}8x + 0{,}16x = 0{,}96x$$

Ponieważ $96\% < 100\%$, zatem cena hulajnogi w sklepie C jest niższa od ceny hulajnogi w sklepie A.

IV sposób

x – cena hulajnogi w sklepie A

$0{,}8x$ – cena hulajnogi w sklepie B

y – cena hulajnogi w sklepie C

Zapiszemy zależność:

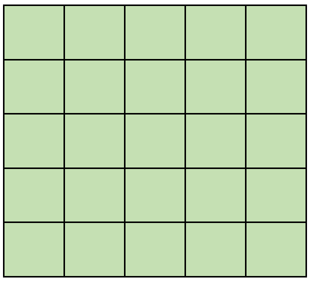
$$0{,}8x - 100\%$$
$$y - 120\%$$
$$y = \frac{0{,}8x \cdot 120\%}{100\%} = 0{,}96x$$

Ponieważ $0{,}96x < 1x$, zatem cena hulajnogi w sklepie C jest niższa od ceny hulajnogi w sklepie A.

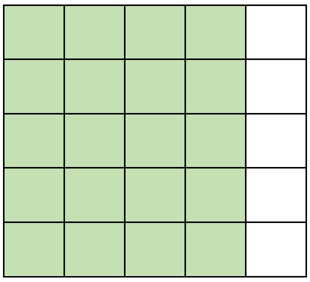
V sposób

Sposób graficzny:

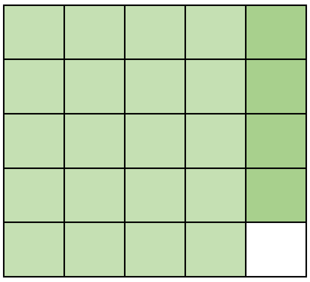
Cena hulajnogi w sklepie A:



Cena hulajnogi w sklepie B (stanowi $0,8$ ceny hulajnogi w sklepie A):



Cena hulajnogi w sklepie C (stanowi $1,2$ ceny hulajnogi w sklepie B):



Cena hulajnogi w sklepie C jest niższa od ceny hulajnogi w sklepie A.

Zadanie 17. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	**Klasy IV–VI** XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki […] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia kwoty pozostałej po zakupach, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (96 zł).

2 punkty

- zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia kwoty, którą Kamil zapłacił za torbę, np.
  $\frac{3}{5} \cdot \left[300 - \left(\frac{1}{5} \cdot 300\right)\right]$ albo $\frac{3}{5} \cdot 240$
  LUB
- poprawny sposób obliczenia ułamka kwoty pozostałej po zakupach, np. zapisanie
  $1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{12}{25}\right)$.

1 punkt

- zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia kwoty, która została po zakupie koszulki, np.
  $300 - \left(\frac{1}{5} \cdot 300\right)$ albo $\frac{4}{5} \cdot 300$ lub zapisy równoważne
  LUB
- poprawny sposób obliczenia ułamka kwoty wydanej na zakup torby, np. zapisanie
  $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5}$.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Obliczymy koszt zakupu koszulki:

$$\frac{1}{5} \cdot 300 = 60 \text{ (zł)}$$

Obliczymy kwotę pozostałą po zakupie koszulki:

$$300 - 60 = 240 \text{ (zł)}$$

Obliczymy koszt zakupu torby:

$$\frac{3}{5} \cdot 240 = 3 \cdot 48 = 144 \ \text{ (zł)}$$

Obliczymy kwotę, która została Kamilowi po zakupach:

$$240 - 144 = 96 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Po zakupach Kamilowi zostało 96 zł.

II sposób

Kamil na zakup koszulki wydał $\frac{1}{5}$ z 300 złotych, a więc zostało mu $\frac{4}{5}$ z 300 złotych.

Jeżeli z $\frac{4}{5}$ posiadanej kwoty wydał $\frac{3}{5}$ na zakup torby, to na zakup torby wydał:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{25} \text{ posiadanej kwoty.}$$

Zatem Kamilowi po zakupach zostało:

$$1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{12}{25}\right) = \frac{8}{25} \text{ posiadanej kwoty.}$$

Obliczymy, ile złotych zostało Kamilowi po zakupach:

$$\frac{8}{25} \cdot 300 = 8 \cdot 12 = 96 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Po zakupach Kamilowi zostało 96 zł.

III sposób

Kamil na zakup koszulki wydał $\frac{1}{5}$ z 300 złotych, a więc zostało mu $\frac{4}{5}$ z 300 złotych.

Obliczymy kwotę pozostałą po zakupie koszulki:

$$\frac{4}{5} \cdot 300 = 240 \text{ (zł)}$$

Na zakup torby Kamil wydał $\frac{3}{5}$ kwoty, która została po zakupie koszulki, a więc po zakupach zostało $\frac{2}{5}$ tej kwoty:

$$\frac{2}{5} \cdot 240 = 96 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Po zakupach Kamilowi zostało 96 zł.

IV sposób

Kwota, którą otrzymał Kamil: 300 złotych.

Kwota, którą Kamil wydał na koszulkę: $\frac{1}{5} \cdot 300$ złotych.

Kwota, którą Kamil wydał na torbę: $\frac{3}{5} \cdot \left[300 - \left(\frac{1}{5} \cdot 300\right)\right]$.

Zapiszemy wyrażenie arytmetyczne prowadzące do obliczenia kwoty, która została Kamilowi po zakupach:

$$300 - \left(\frac{1}{5} \cdot 300\right) - \frac{3}{5} \cdot \left[300 - \left(\frac{1}{5} \cdot 300\right)\right]$$

Obliczymy, ile złotych zostało Kamilowi po zakupach:

$$300 - 60 - \frac{3}{5} \cdot 240 = 240 - 144 = 96 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Po zakupach Kamilowi zostało 96 zł.

Zadanie 18. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	**Klasy IV–VI** XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: […] prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia czasów przejazdu skutera i roweru na podanej trasie, porównanie ich, prawidłowe obliczenia, prawidłowe wyniki liczbowe zgodne z zastosowaną jednostką czasu (np. 22 minuty, 25 minut) ***oraz*** sformułowanie poprawnego wniosku

  LUB
- poprawny sposób obliczenia prędkości skutera, porównanie prędkości przejazdu skutera i roweru na podanej trasie, prawidłowe wyniki liczbowe zgodne z zastosowaną jednostką prędkości $\left(18\ \frac{\text{km}}{\text{h}};\ 20\frac{5}{11}\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$ ***oraz*** sformułowanie poprawnego wniosku.

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia czasu przejazdu roweru, czyli zastosowanie poprawnego związku między prędkością a drogą, np. zapisanie

  $t_{roweru} = \dfrac{7{,}5\ \text{km}}{18\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}$ lub zapisy równoważne

  LUB

- zapisanie poprawnej zależności między prędkością skutera a drogą i czasem ***oraz*** poprawny sposób obliczenia czasu przejazdu skutera, np. zapisanie

  $v_{skutera} = \frac{7{,}5 \text{ km}}{t_{skutera}}$ ***oraz*** $t_{skutera} = 9:06 - 8:44$ lub zapisy równoważne,

  LUB
- poprawny sposób obliczenia czasu potrzebnego na przejazd rowerem trasy o długości $7{,}5$ km, gdyby Paweł jechał ze stałą prędkością, czyli zastosowanie poprawnego związku między czasami potrzebnymi na przebycie dróg o długości $7{,}5$ km oraz 18 km, z zastosowaniem własności wielkości proporcjonalnych, np. zapisanie

  $\frac{t}{60 \text{ min}} = \frac{7{,}5 \text{ km}}{18 \text{ km}}$ albo $\frac{t}{7{,}5 \text{ km}} = \frac{60 \text{ min}}{18 \text{ km}}$ lub zapisy równoważne.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób
Czas przejazdu Kuby na skuterze od $8{:}44$ do $9{:}06$ to 22 minuty.
Oznaczymy czas przejazdu roweru jako t_{roweru}.

Obliczymy czas przejazdu Pawła na rowerze:

$$t_{roweru} = \frac{7{,}5 \text{ km}}{18 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{75}{180} \text{h} = \frac{25}{60} \text{h} = 25 \text{ minut}$$

Porównamy czas przejazdu Pawła na rowerze i czas przejazdu Kuby na skuterze:

$25 \text{ minut} > 22 \text{ minut}$

Odpowiedź: Kuba przejechał tę trasę w krótszym czasie.

II sposób
Czas przejazdu Kuby na skuterze od $8{:}44$ do $9{:}06$ to 22 minuty.
Obliczymy czas przejazdu roweru: $1 \text{ h} = 60 \text{ minut}$, a zatem:

18 km w 60 minut
6 km w 20 minut
3 km w 10 minut
$1{,}5 \text{ km}$ w 5 minut

$7{,}5 \text{ km}$ w 25 minut
$25 \text{ minut} > 22 \text{ minut}$

Odpowiedź: Kuba przejechał tę trasę w krótszym czasie.

III sposób

Czas przejazdu Kuby na skuterze od $8:44$ do $9:06$ to 22 minuty.
Obliczymy prędkość skutera. Skorzystamy ze wzoru na prędkość:

$v = \frac{s}{t}$, gdzie:

v – prędkość

$s = 7{,}5\ \mathrm{km}$ – droga

$t = 22$ minuty $= 22 \cdot \frac{1}{60}\mathrm{h} = \frac{11}{30}\mathrm{h}$ – czas

$$v_{skutera} = \frac{7{,}5\ \mathrm{km}}{\frac{11}{30}\mathrm{h}} = 75\ \mathrm{km} \cdot \frac{3}{11}\mathrm{h} = 20\frac{5}{11}\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Porównamy prędkość przejazdu Kuby na skuterze i prędkość przejazdu Pawła na rowerze:

$$20\frac{5}{11}\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} > 18\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Kuba jechał na skuterze z większą prędkością.

Odpowiedź: Kuba przejechał tę trasę w krótszym czasie.

IV sposób

Długość trasy jest równa $7{,}5\ \mathrm{km}$.
Czas przejazdu Kuby na skuterze od $8:44$ do $9:06$ to 22 minuty.
Prędkość roweru elektrycznego jest równa $18\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

$1\ \mathrm{h} = 60\ \mathrm{minut}$

Obliczymy, w jakim czasie Paweł przejechał $7{,}5\ \mathrm{km}$, jadąc z tą samą prędkością $18\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

$18\ \mathrm{km}$ w 60 minut

$7{,}5\ \mathrm{km}$ w x minut

$$x = \frac{60\ \mathrm{min} \cdot 7{,}5\ \mathrm{km}}{18\ \mathrm{km}}$$

$$x = 25\ \mathrm{min}$$

Porównamy czas przejazdu Pawła na rowerze i czas przejazdu Kuby na skuterze:

25 minut > 22 minut

Odpowiedź: Kuba przejechał tę trasę w krótszym czasie.

Zadanie 19. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	**Klasy IV–VI** IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 7) zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej. V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 2) […] mnoży […] ułamki dziesiętne […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia iloczynu współrzędnych punktów M i R, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (135).

1 punkt
- poprawny sposób wyznaczenia współrzędnej punktu M
  LUB
- poprawny sposób wyznaczenia współrzędnej punktu R,
  LUB
- poprawne ustalenie długości odcinków jednostkowych na obu osiach ($2{,}5$ na pierwszej osi ***oraz*** 2 na drugiej osi).

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób
x – współrzędna punktu M:

$$x = \frac{5}{2} \cdot 9 = 22{,}5$$

y – współrzędna punktu R:

$$y = \frac{18}{9} \cdot 3 = 6$$

Obliczymy iloczyn liczb $x \cdot y$:

$$x \cdot y = 22{,}5 \cdot 6 = 135$$

Odpowiedź: Iloczyn liczb $x \cdot y$ jest równy 135.

II sposób

Obliczymy długość odcinka jednostkowego na pierwszej osi:

$$5 : 2 = 2{,}5$$

Obliczymy współrzędną x punktu M:

$$x = 2{,}5 \cdot 9 = 22{,}5$$

Obliczymy długość odcinka jednostkowego na drugiej osi:

$$18 : 9 = 2$$

Obliczymy współrzędną y punktu R:

$$y = 2 \cdot 3 = 6$$

Obliczymy iloczyn liczb $x \cdot y$:

$$x \cdot y = 22{,}5 \cdot 6 = 135$$

Odpowiedź: Iloczyn liczb $x \cdot y$ jest równy 135.

Zadanie 20. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	**Klasy VII i VIII** VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych; 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

3 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia pola trójkąta, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką $(60\ \mathrm{cm}^2)$.

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia długości boków trójkąta ***oraz*** poprawny sposób obliczenia wysokości trójkąta z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa, czyli zapisanie zgodnie z przyjętymi oznaczeniami poprawnej zależności między wysokością trójkąta, połową długości jego podstawy a długością ramienia trójkąta, np.

  $2(x+3)+x=36$ ***oraz*** $h^2+\left(\frac{1}{2}x\right)^2=(x+3)^2$

  gdzie: h jest wysokością trójkąta,
  x jest długością podstawy trójkąta,
  $x+3$ jest długością ramienia trójkąta (lub zapisy równoważne),

LUB

- poprawny sposób obliczenia pola trójkąta z uwzględnieniem poprawnie obliczonej długości podstawy (10), zgodnie z przyjętymi oznaczeniami, np. zapisanie $P_{\Delta} = \frac{10 \cdot h}{2}$, gdzie: h jest wysokością trójkąta (lub zapisy równoważne).

1 punkt
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia długości podstawy trójkąta, np.
  $2(x+3)+x=36$ lub zapisy równoważne
  LUB
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia długości ramienia trójkąta, np.
  $2x+x-3=36$ lub zapisy równoważne,
  LUB
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia długości jednego z boków trójkąta.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga
Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób
Oznaczymy jako:
x – długość podstawy trójkąta
$x+3$ – długość ramienia trójkąta

Obliczymy długości boków trójkąta:

$$2(x+3)+x=36$$
$$3x=36-6$$
$$x=10$$
$$x+3=13$$

Obliczymy wysokość trójkąta z twierdzenia Pitagorasa:

$$h^2+5^2=13^2$$
$$h^2=169-25=144$$
$$h=12$$

Obliczymy pole trójkąta:

$$P_{\Delta} = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole trójkąta jest równe $60\ \mathrm{cm}^2$.

II sposób

Oznaczymy jako:

x – długość ramienia trójkąta

$x-3$ – długość podstawy trójkąta

Obliczymy długości boków trójkąta:

$$2x + x - 3 = 36$$
$$3x = 36 + 3$$
$$x = 13$$
$$x - 3 = 10$$

Obliczymy wysokość trójkąta z twierdzenia Pitagorasa:

$$h^2 + 5^2 = 13^2$$
$$h^2 = 169 - 25 = 144$$
$$h = 12$$

Obliczymy pole trójkąta:

$$P_\Delta = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole trójkąta jest równe $60\ \mathrm{cm}^2$.

III sposób

Obliczymy długości boków trójkąta:

$$36 - 6 = 30\ (\mathrm{cm})$$
$$30 : 3 = 10$$

10 – długość podstawy trójkąta

13 – długość ramienia trójkąta

Obliczymy wysokość trójkąta z twierdzenia Pitagorasa:

$$h^2 + 5^2 = 13^2$$
$$h^2 = 169 - 25 = 144$$
$$h = 12$$

Obliczymy pole trójkąta:

$$P_\Delta = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole trójkąta jest równe $60\ \mathrm{cm}^2$.

Zadanie 21. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	**Klasy VII i VIII** XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 3) oblicza objętości ostrosłupów i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia objętości ostrosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką objętości ($24{,}5\ \mathrm{cm}^3$).

2 punkty
poprawny sposób obliczenia pola podstawy ostrosłupa ***oraz*** poprawny sposób obliczenia wysokości ostrosłupa.

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia pola podstawy ostrosłupa
  LUB
- poprawny sposób obliczenia wysokości ostrosłupa.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga
Brak jednostki lub zapisanie niewłaściwej jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 3 punkty

Obliczymy pole kwadratu, który jest podstawą ostrosłupa:

$$P = (3{,}5)^2 = 12{,}25\ (\mathrm{cm}^2)$$

Obliczymy wysokość ostrosłupa:

$$H = 4 \cdot 3{,}5 - 8 = 14 - 8 = 6\ (\mathrm{cm})$$

Obliczymy objętość ostrosłupa:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 12{,}25 \cdot 6 = 24{,}5\ (\mathrm{cm}^3)$$

Odpowiedź: Objętość ostrosłupa jest równa $24{,}5\ \mathrm{cm}^3$.