CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-100-2004 (wersje arkusza: X i Y)
Termin egzaminu:	Termin główny – czerwiec 2020 r.
Data publikacji dokumentu:	24 lipca 2020 r.

Warszawa 2020

Zadanie 1. (0–1)

Podstawa programowa 2012[1]		Podstawa programowa 2017[2]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% − jako połowę, 25% − jako jedną czwartą, 10% − jako jedną dziesiątą, 1% − jako setną części danej wielkości liczbowej. 4. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka.		

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
AD

Rozwiązanie – wersja Y
BD

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 2012 r. poz. 977, ze zm.); II etap edukacyjny: klasy IV–VI.
[2] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z 2017 r. poz. 356, ze zm.); II etap edukacyjny: klasy VII i VIII.

Zadanie 2. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa.	5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.		

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
D

Rozwiązanie – wersja Y
A

Zadanie 3. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 3) stosuje podział proporcjonalny.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
C

Rozwiązanie – wersja Y
B

Zadanie 4. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej.		

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

PP

Rozwiązanie – wersja Y

PP

Zadanie 5. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s.		

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
C

Rozwiązanie – wersja Y
B

Zadanie 6. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymagania szczegółowe**
		I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	II. Pierwiastki. Uczeń: 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka; 5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
B

Rozwiązanie – wersja Y
C

Zadanie 7. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymagania szczegółowe**
		I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
E

Rozwiązanie – wersja Y
D

Zadanie 8. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymagania szczegółowe**
		II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych; 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
B

Rozwiązanie – wersja Y
C

Zadanie 9. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami.		

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
C

Rozwiązanie – wersja Y
D

Zadanie 10. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
D

Rozwiązanie – wersja Y
A

Zadanie 11. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
PP

Rozwiązanie – wersja Y
PP

Zadanie 12. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami.		

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
AD

Rozwiązanie – wersja Y
AD

Zadanie 13. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
A

Rozwiązanie – wersja Y
B

Zadanie 14. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
D

Rozwiązanie – wersja Y
C

Zadanie 15. (0–1)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymagania szczegółowe**
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu […]. III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
A

Rozwiązanie – wersja Y
D

ZADANIA OTWARTE

Uwagi

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale stosuje poprawne sposoby obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli w zadaniach 18., 19., 20. i 21. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
  1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 – 9, ...)
  2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
  3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
  4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
  5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
  6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
  7. niekończenie wyrazów
  8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC, ...)
  9. błędy w przepisywaniu
  10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
  11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. x^2 – x2, m^2 – m2, ...).

Zadanie 16. (0–2)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymagania szczegółowe**
		IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych; 9) przeprowadza dowody geometryczne […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
wykazanie, że jeden z kątów trójkąta (β lub γ) ma miarę 90°

1 punkt
zapisanie przy użyciu dwóch niewiadomych poprawnego równania, w którym uwzględniono zależność między miarami kątów tego trójkąta oraz własność dotyczącą sumy miar kątów w trójkącie
LUB
zapisanie, że $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ i $\beta = \alpha + \gamma$
LUB
zapisanie, że $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ i $\gamma = \alpha + \beta$

0 punktów
rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

Uwaga

Jeżeli w uzasadnieniu uczeń posługuje się wyłącznie konkretnymi wartościami miar kątów, to otrzymuje 0 punktów.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

$\alpha = \beta - \gamma$
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$
$\beta - \gamma + \beta + \gamma = 180°$
$2\beta = 180°$
$\beta = 90°$

Ten trójkąt jest prostokątny.

II sposób

$\alpha = \gamma - \beta$
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$
$\gamma - \beta + \beta + \gamma = 180°$
$2\gamma = 180°$
$\gamma = 90°$

Ten trójkąt jest prostokątny.

Zadanie 17. (0–2)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
		II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc w przedziale przez Edytę i Agnieszkę (45 i 42, 45 i 48, 45 i 44, 45 i 46, 46 i 42, 46 i 48, 46 i 44)

1 punkt
podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 45 (45 i 42, 45 i 48, 45 i 44, 45 i 46)
LUB
podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 46 (46 i 42, 46 i 48, 46 i 44)
LUB
podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę (45, 46) i wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Agnieszkę (42, 48, 44, 46)

0 punktów
rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

<u>Uwagi</u>

- Jeżeli uczeń przyjmuje, że wszystkie fotele są zwrócone przodem do kierunku jazdy pociągu, to stosuje się poniższe zasady oceniania.

  2 punkty – pełne rozwiązanie
  podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc w przedziale przez Edytę i Agnieszkę (45 i 41, 45 i 42, 45 i 43, 45 i 44, 45 i 46, 45 i 47, 45 i 48, 46 i 41, 46 i 42, 46 i 43, 46 i 44, 46 i 45, 46 i 47, 46 i 48)

  1 punkt
  podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 45 (45 i 41, 45 i 42, 45 i 43, 45 i 44, 45 i 46, 45 i 47, 45 i 48)
  LUB
  podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 46 (46 i 41, 46 i 42, 46 i 43, 46 i 44, 46 i 45, 46 i 47, 46 i 48)
  LUB
  podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę (45, 46) i wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Agnieszkę (41, 43, 47, 45, 42, 48, 44, 46)

  0 punktów
  rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

- Jeżeli uczeń przyjmuje, że fotele o numerach nieparzystych są zwrócone przodem do kierunku jazdy pociągu, a fotele o numerach parzystych są zwrócone tyłem do kierunku jazdy pociągu, to stosuje się poniższe zasady oceniania.

  2 punkty – pełne rozwiązanie
  podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc w przedziale przez Edytę i Agnieszkę (45 i 41, 45 i 43, 45 i 47, 46 i 45, 46 i 41, 46 i 43, 46 i 47)

  1 punkt
  podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 45 (45 i 41, 45 i 43, 45 i 47)
  LUB

podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę i Agnieszkę, jeśli Edyta wybierze miejsce nr 46 (46 i 45, 46 i 41, 46 i 43, 46 i 47)
LUB
podanie wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Edytę (45, 46) i wszystkich możliwości wyboru miejsc przez Agnieszkę (41, 43, 47, 45)

0 punktów
rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

Uwagi dotyczące wszystkich sposobów rozwiązania zadania

- Jeżeli uczeń oprócz wszystkich poprawnych możliwości wyboru miejsc spełniających jednocześnie obydwa warunki zadania podaje również jedną możliwość niespełniającą tych warunków, to otrzymuje 1 punkt.
- Jeżeli uczeń oprócz wszystkich poprawnych możliwości wyboru miejsc spełniających jednocześnie obydwa warunki zadania podaje również więcej niż jedną możliwość niespełniającą tych warunków, to otrzymuje 0 punktów.
- Jeżeli uczeń podaje liczbę możliwości wyboru miejsc bez wskazania numerów tych miejsc, to otrzymuje 0 punktów.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Wybór miejsc przez dziewczęta w układzie (Edyta, Agnieszka)
(45, 42), (45, 48), (45, 44), (45, 46)
(46, 42), (46, 48), (46, 44)

II sposób

Wybór miejsc przez dziewczęta w układzie (Agnieszka, Edyta)
(42, 45), (42, 46)
(48, 45), (48, 46)
(44, 45), (44, 46)
(46, 45)

III sposób

Rozważamy wybór miejsc przez dziewczęta.
Jeśli Edyta wybierze miejsce nr 45, to Agnieszka może zająć jedno z czterech miejsc o numerze 42, 48, 44 lub 46.
Jeśli Edyta wybierze miejsce nr 46, to Agnieszka może zająć jedno z trzech miejsc o numerze 42, 48 lub 44.

IV sposób

Jeśli Agnieszka wybierze miejsce nr 42, to Edyta może zająć jedno z dwóch miejsc o numerze 45 lub 46.
Jeśli Agnieszka wybierze miejsce nr 48, to Edyta może zająć jedno z dwóch miejsc o numerze 45 lub 46.
Jeśli Agnieszka wybierze miejsce nr 44, to Edyta może zająć jedno z dwóch miejsc o numerze 45 lub 46.
Jeśli Agnieszka wybierze miejsce nr 46, to Edyta może zająć tylko miejsce o numerze 45.

V sposób

Edyta	**Agnieszka**
45	42
	48
	44
	46
46	42
	48
	44

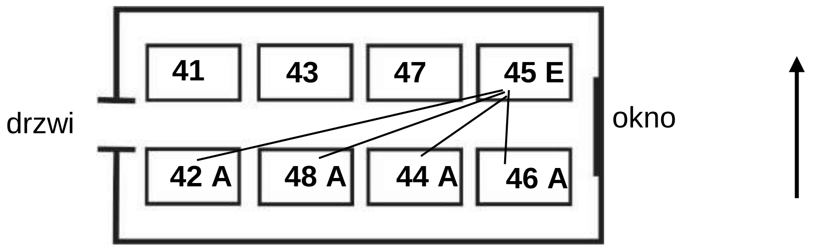
VI sposób

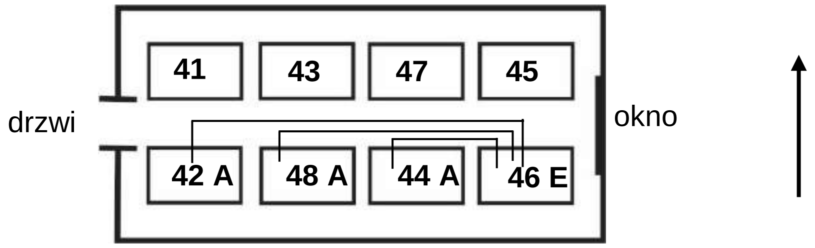
Agnieszka	**Edyta**
42	45
	46
48	45
	46
44	45
	46
46	45
	—

VII sposób

Edyta ma dwie możliwości wyboru miejsc: 45 lub 46. Agnieszka ma cztery możliwości wyboru miejsc: 42, 48, 44 lub 46. Ponieważ dziewczęta nie mogą obie siedzieć na tym samym miejscu (nr 46), to wszystkich możliwości wyboru miejsc jest 7.

VIII sposób (graficzny)





Zadanie 18. (0–2)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
obliczenie liczby kupionych książek (16)

1 punkt
poprawny sposób obliczenia liczby kupionych nagród
LUB
poprawny sposób obliczenia liczby kupionych książek
LUB
poprawny sposób obliczenia liczby kupionych e-booków

0 punktów
rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

Zasady oceniania rozwiązań zadania metodą prób i błędów

2 punkty – pełne rozwiązanie
sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch par liczb, których różnica jest równa 8, z uwzględnieniem pary 8 i 16 oraz podanie liczby kupionych książek (16)
LUB
sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch par liczb, z których jedna jest 2 razy większa od drugiej, z uwzględnieniem pary 8 i 16 oraz podanie liczby kupionych książek (16)
LUB
sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch liczb podzielnych przez 3, z uwzględnieniem liczby 24 oraz podanie liczby kupionych książek (16)

1 punkt
sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch par liczb, których różnica jest równa 8, bez uwzględnienia pary 8 i 16
LUB
sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch par liczb, z których jedna jest 2 razy większa od drugiej, bez uwzględnienia pary 8 i 16
LUB
sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch liczb podzielnych przez 3, bez uwzględnienia liczby 24

0 punktów
rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

Uwagi
- Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla liczby książek 16, to otrzymuje 1 punkt.
- Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla liczby nagród 24 i podaje poprawną odpowiedź (16), to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

x – liczba kupionych nagród

$\frac{2}{3}x$ – liczba kupionych książek

$\frac{2}{3}x - 8$ – liczba kupionych e-booków

$\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x - 8 = x$

$\frac{4}{3}x - 8 = x$

$\frac{1}{3}x = 8$

$x = 24$

$\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

II sposób

x – liczba kupionych nagród

$\frac{1}{3}x$ – liczba kupionych e-boków

$\frac{2}{3}x$ – liczba kupionych książek

$\frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x - 8$

$8 = \frac{1}{3}x$

$x = 24$

$\frac{1}{3} \cdot 24 + 8 = 8 + 8 = 16$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

III sposób

x – liczba kupionych książek
$(x - 8)$ – liczba kupionych e-booków

$x = \frac{2}{3}(x + x - 8)$

$3x = 4x - 16$
$x = 16$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

IV sposób

x – liczba kupionych e-booków
$x + 8$ – liczba kupionych książek

$x + 8 = \frac{2}{3}(x + x + 8)$

$x + 8 = \frac{2}{3}(2x + 8)$

$3x + 24 = 4x + 16$
$24 - 16 = 4x - 3x$
$x = 8$
$8 + 8 = 16$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

V sposób

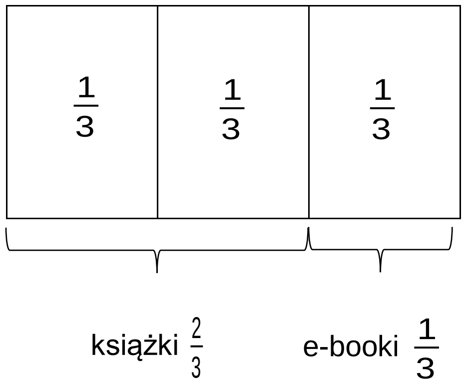
x – liczba kupionych książek
(x – 8) – liczba kupionych e-booków

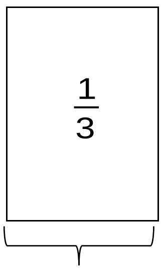
$\frac{1}{2}x = x - 8$

$x = 2x - 16$
$x = 16$

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

VI sposób





liczba książek – liczba e-booków = 8

$\frac{1}{3}$ to 8

$\frac{2}{3}$ to 16

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

VII sposób

Liczba e-booków	Liczba książek	Liczba nagród	Sprawdzenie
6	14	20	$\frac{2}{3} \cdot 20 \neq 14$ — nie spełnia
7	15	22	$\frac{2}{3} \cdot 22 \neq 15$ — nie spełnia
8	16	24	$\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$ — spełnia
9	17	26	$\frac{2}{3} \cdot 26 \neq 17$ — nie spełnia

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

VIII sposób

Liczba e-booków	Liczba książek	Sprawdzenie
6	12	$12 - 6 = 6 \neq 8$ — nie spełnia
7	14	$14 - 7 = 7 \neq 8$ — nie spełnia
8	16	$16 - 8 = 8$ — spełnia
9	18	$18 - 9 = 9 \neq 8$ — nie spełnia

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

IX sposób

Liczba nagród jest większa od 8 i podzielna przez 3.
Liczby spełniające te warunki: 9, 12, 15, 18, 21, 24, …

$\frac{2}{3} \cdot 9 - \frac{1}{3} \cdot 9 = 3 \neq 8$

$\frac{2}{3} \cdot 18 - \frac{1}{3} \cdot 18 = 6 \neq 8$

$\frac{2}{3} \cdot 24 - \frac{1}{3} \cdot 24 = 8$

$\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$ — liczba książek

Odpowiedź: Kupiono 16 książek.

Zadanie 19. (0–3)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach. 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.		

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
obliczenie liczby poduszek uszytych w marcu (462) z zastosowaniem poprawnego sposobu ich wyznaczenia

2 punkty
poprawny sposób obliczenia liczby godzin przepracowanych w marcu
LUB
poprawny sposób obliczenia liczby dni roboczych w marcu i poprawny sposób obliczenia liczby poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy
LUB
poprawny sposób obliczenia liczby poduszek uszytych w ciągu tygodnia
LUB
poprawny sposób obliczenia łącznej liczby poduszek uszytych w marcu, gdyby pracowano tylko jedną godzinę każdego dnia roboczego

1 punkt
poprawny sposób obliczenia liczby dni roboczych w marcu
LUB
poprawny sposób obliczenia liczby poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy

LUB
poprawny sposób obliczenia liczby godzin pracy w ciągu jednego tygodnia
LUB
poprawny sposób obliczenia czasu potrzebnego na uszycie jednej poduszki

0 punktów
rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

<u>Uwagi</u>

- Jeżeli uczeń przyjmuje, że marzec ma 30 dni i rozwiązuje zadanie do końca, stosując poprawne pozostałe sposoby oraz nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
- Jeżeli uczeń podaje, że marzec ma 31 dni, ale błędnie ustala liczbę dni wolnych od pracy na 8 lub 10 i rozwiązuje zadanie do końca, stosując poprawne pozostałe sposoby oraz nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
- Błędy w zliczaniu liczby dni roboczych traktuje się jako błędy rachunkowe.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 soboty i 5 niedziel
31 – 9 = 22 – liczba dni roboczych
22 · 7 = 154 – liczba godzin pracy w marcu
154 · 3 = 462 – liczba poduszek uszytych w marcu

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

II sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 soboty i 5 niedziel
31 – 9 = 22 – liczba dni roboczych
3 · 7 = 21 – liczba poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy
22 · 21 = 462 – liczba poduszek uszytych w marcu

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

III sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 soboty i 5 niedziel
31 – 9 = 22 – liczba dni roboczych
22 · 7 = 154 – liczba godzin pracy w marcu
60 min : 3 = 20 min = $\frac{1}{3}$ h – czas potrzebny na uszycie 1 poduszki

$154 : \frac{1}{3} = 154 \cdot 3 = 462$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

IV sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 soboty i 5 niedziel
$31 - 9 = 22$ – liczba dni roboczych
$22 \cdot 3 = 66$ – liczba poduszek uszytych w marcu, gdyby pracowano tylko jedną godzinę każdego dnia roboczego

$66 \cdot 7 = 462$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

V sposób

$31 : 7 = 4\frac{3}{7}$ – liczba tygodni w tym miesiącu

Ponieważ, miesiąc rozpoczął się w niedzielę, to liczbę dni wolnych można obliczyć w następujący sposób:

$4\frac{3}{7} \cdot 2 = 8\frac{6}{7} \approx 9$ – liczba dni wolnych od pracy

$31 - 9 = 22$ – liczba dni roboczych w marcu
$22 \cdot 7 = 154$ – liczba godzin pracy w marcu
$154 \cdot 3 = 462$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

VI sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 tygodnie i 2 dni robocze
$3 \cdot 7 = 21$ – liczba poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy
$21 \cdot 5 = 105$ – liczba poduszek uszytych w ciągu jednego tygodnia pracy
$4 \cdot 105 + 2 \cdot 21 = 420 + 42 = 462$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

VII sposób

marzec 2020 r. – 31 dni, w tym 4 tygodnie i 2 dni robocze
$7 \cdot 5 = 35$ – liczba godzin przepracowanych w ciągu jednego tygodnia pracy
$35 \cdot 3 = 105$ – liczba poduszek uszytych w ciągu jednego tygodnia pracy
$3 \cdot 7 = 21$ – liczba poduszek uszytych w ciągu jednego dnia pracy
$4 \cdot 105 + 2 \cdot 21 = 420 + 42 = 462$

Odpowiedź: W marcu 2020 roku w zakładzie uszyto 462 poduszki.

Zadanie 20. (0–3)

Podstawa programowa 2012		**Podstawa programowa 2017**	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.		

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
obliczenie kosztu zakupu nasion trawy (652 zł) z zastosowaniem poprawnego sposobu jego wyznaczenia

2 punkty
poprawny sposób obliczenia liczby potrzebnych opakowań nasion trawy (przybliżenie z nadmiarem otrzymanej liczby)
LUB
poprawny sposób oszacowania liczby potrzebnych opakowań nasion trawy

1 punkt
poprawny sposób obliczenia liczby kilogramów nasion trawy potrzebnych do obsiania powierzchni boiska
LUB
poprawny sposób oszacowania powierzchni, która może zostać obsiana nasionami z 3 lub 4 opakowań nasion trawy

0 punktów
rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

Uwagi

- Jeżeli uczeń podaje bez uzasadnienia poprawną liczbę opakowań nasion trawy (4) i oblicza koszt zakupu tych nasion, to otrzymuje 0 punktów.
- Jeżeli uczeń poprawnie oblicza pole boiska, następnie podaje poprawną liczbę opakowań nasion trawy (4) i poprawnie oblicza koszt zakupu tych nasion, to za takie rozwiązanie otrzymuje 1 punkt.
- Nie ocenia się stosowania jednostek miary.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

$P = 46 \cdot 30 = 1380$ (m^2) – powierzchnia boiska
1380 : 40 = 34,5 (kg) – liczba kilogramów nasion trawy potrzebnych do obsiania powierzchni boiska
34,5 : 10 = 3,45 – trzeba kupić 4 opakowania nasion trawy
4 · 163 zł = 652 zł

Odpowiedź: Koszt zakupu nasion trawy był równy 652 zł.

II sposób

$P = 30 \cdot 46 = 1380$ (m^2) – powierzchnia boiska
1380 : 40 : 10 = 3,45 – trzeba kupić 4 opakowania nasion trawy
4 · 163 zł = 652 zł

Odpowiedź: Koszt zakupu nasion trawy był równy 652 zł.

III sposób

$P = 46 \cdot 30 = 1380$ (m^2) – powierzchnia boiska
1 kg nasion na 40 m^2
x kg nasion na 1380 m^2
$x = 1380 : 40$
$x = 34,5$ (kg)
34,5 : 10 = 3,45 (opakowania) – zatem trzeba kupić 4 opakowania nasion trawy
4 · 163 zł = 652 zł

Odpowiedź: Koszt zakupu nasion trawy był równy 652 zł.

IV sposób

$P = 46 \cdot 30 = 1380$ (m^2) – powierzchnia boiska
1 kg nasion na 40 m^2
10 kg nasion na 400 m^2
20 kg nasion na 800 m^2
30 kg nasion na 1200 m^2
40 kg nasion na 1600 m^2 – zatem trzeba kupić 4 opakowania nasion trawy
4 · 163 zł = 652 zł

Odpowiedź: Koszt zakupu nasion trawy był równy 652 zł.

Zadanie 21. (0–3)

Podstawa programowa 2012		Podstawa programowa 2017	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**	**Wymaganie ogólne**	**Wymagania szczegółowe**
		III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
obliczenie objętości ostrosłupa (100 cm^3)

2 punkty
poprawny sposób obliczenia objętości ostrosłupa

1 punkt
poprawny sposób obliczenia wysokości ostrosłupa

0 punktów
rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

Uwagi

- Jeżeli uczeń bez obliczeń ustala, że H = 12 cm, to za wyznaczenie wysokości ostrosłupa otrzymuje 1 punkt.
- Jeżeli uczeń stosuje błędny sposób wyznaczenia wysokości ostrosłupa i rozwiązuje zadanie do końca, stosując poprawne pozostałe sposoby, to otrzymuje 1 punkt – nie wymaga się poprawności rachunkowej.
- Jeżeli uczeń stosuje jednostki, to ich poprawność ocenia się tylko w wyniku końcowym. Zastosowanie niewłaściwej jednostki traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Pole podstawy ostrosłupa $P = a^2$
$P = 5^2 = 25$ (cm^2)

Wysokość H ostrosłupa wyznaczamy z twierdzenia Pitagorasa
$H^2 + 5^2 = 13^2$
$H^2 = 169 - 25$
$H^2 = 144$
$H = 12$ (cm)

Objętość ostrosłupa obliczamy ze wzoru $V = \frac{1}{3} \cdot P \cdot H$

$V = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 12 = 100$ (cm^3)

Odpowiedź: Objętość ostrosłupa jest równa 100 cm^3.

II sposób

Wysokość H ostrosłupa wyznaczamy z twierdzenia Pitagorasa
$H^2 + 5^2 = 13^2$
$H^2 = 169 - 25$
$H^2 = 144$
$H = \sqrt{144}$

Objętość ostrosłupa obliczamy ze wzoru $V = \frac{1}{3} \cdot P \cdot H$

$V = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot \sqrt{144} = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 12 = 100$ (cm^3)

Odpowiedź: Objętość ostrosłupa jest równa 100 cm^3.