CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

| | |
|---|---|
| *Rodzaj dokumentu:* | **Zasady oceniania rozwiązań zadań** |
| *Egzamin:* | **Egzamin maturalny** |
| *Przedmiot:* | **Fizyka** |
| *Poziom:* | **Poziom rozszerzony** |
| *Formy arkusza:* | EFAP-R0-100, EFAP-R0-200 |
| *Termin egzaminu:* | 20 maja 2025 r. |
| *Data publikacji dokumentu:* | 27 czerwca 2025 r. |

## Ogólne zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych z fizyki

1. Jeżeli zdający poprawnie rozwiązał zadanie (użył poprawnej metody, uwzględnił warunki zadania, otrzymał poprawny wynik) metodą, której nie uwzględniały zasady oceniania (chodzi o jakościowo inną metodę – np. użycie prawa / wzoru / twierdzenia / metody rachunkowej spoza podstawy programowej – a nie metodę równoważną tym w zasadach oceniania), to otrzymuje maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli zdający poda w wyniku końcowym wartość wielkości fizycznej bez jednostki lub z błędną jednostką, to nie spełnia warunków określonych w zasadach oceniania na maksymalną liczbę punktów.
3. Ocenie podlegają te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia.
4. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
5. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
6. Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania zdający popełnia błąd rachunkowy (albo błąd przepisania wartości z danych albo wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne metody rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
7. Jeżeli w poleceniu jest dyspozycja o zapisaniu wyniku zaokrąglonego do pewnej liczby cyfr znaczących, to oznacza, że wynik musi być podany w postaci rozwinięcia dziesiętnego liczby i z określonym w poleceniu zaokrągleniem. Jeżeli w zadaniu z takim poleceniem zdający przedstawia wynik w postaci ułamka zwykłego, lub w postaci z występującym $\pi$ lub np. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ albo podaje wynik ze zbyt dużą lub zbyt małą liczbą cyfr znaczących – to nie otrzymuje maksymalnej liczby punktów.
8. Wszelkie wzory / związki / zależności / relacje między wielkościami mogą być równoważnie zapisane za pomocą symboli lub za pomocą liczb, które to liczby są wartościami wielkości występujących w tych wzorach / związkach / zależnościach / relacjach.
9. Jeżeli w zasadach oceniania danego etapu rozwiązania wymienione jest, że zdający korzysta / uwzględnia / zapisuje dane związki / zależności / prawa / wzory, to mogą być one zapisane oddzielnie, albo nawet w jednym równaniu (o ile to możliwe).

*Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.*

Gdy wymaganie dotyczy materiału gimnazjum, dopisano (G), a gdy zakresu podstawowego IV etapu edukacyjnego – dopisano (P).

## Zadanie 1.1. (0–2)

| Wymagania określone w podstawie programowej[1] | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>1.15) analizuje ruch ciał w dwóch wymiarach na przykładzie rzutu poziomego; |

**Zasady oceniania**
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**
FPF

## Zadanie 1.2. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>1.4) wykorzystuje związki pomiędzy położeniem, prędkością i przyspieszeniem w ruchu jednostajnym i jednostajnie zmiennym do obliczania parametrów ruchu;<br>1.6) oblicza parametry ruchu podczas swobodnego spadku i rzutu pionowego;<br>1.15) analizuje ruch ciał w dwóch wymiarach na przykładzie rzutu poziomego. |

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 2012 r. poz. 977).

**Zasady oceniania**[2]

(dla rozwiązania sposobem 1. lub sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia $v_{0B}$ – wartości prędkości początkowej kulki $K_B$, tzn. poprawne zastosowanie równań ruchu dla kulek $K_A$ i $K_B$ (w układzie inercjalnym) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – zapisanie równania z którego <u>można bezpośrednio</u> obliczyć czas ruchu kulki $K_A$ od chwili $t_0$ do chwili $t_z$ **oraz** zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć położenie kulki $K_A$ wzdłuż osi $y$ w chwili $t_z$, czyli rzędną punktu $C$ w funkcji położenia początkowego kulki $K_A$, $g$ i $t_z$ **oraz** zapisanie równania (albo równań) pozwalającego wyznaczyć położenie kulki $K_B$ wzdłuż osi $y$ w chwili $t_z$, czyli rzędną punktu $C$ w funkcji prędkości początkowej $v_{0B}$ kulki $K_B$, $g$ i $t_z$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad y_{C\ (\mathrm{KA})} = 12 - \frac{1}{2} g t_z^2 \quad \text{oraz} \quad y_{C\ (\mathrm{KB})} = v_{0B} t_z - \frac{1}{2} g t_z^2$$

albo

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad y_{C\ (\mathrm{KA})} = 12 - \frac{1}{2} g t_z^2 \quad \text{oraz}$$

$$\left( y_{C\ (\mathrm{KB})} = \frac{v_{0B} + v_{C\ (\mathrm{KB})}}{2} \cdot t_z \quad \text{i} \quad v_{C\ (\mathrm{KB})} = v_{0B} - g t_z \right)$$

1 pkt – zastosowanie równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla opisania położenia kulki $K_A$ wzdłuż osi $x$: zapisanie równania z którego <u>można bezpośrednio</u> obliczyć czas ruchu kulki $K_A$ od chwili $t_0$ do chwili $t_z$ zderzenia się kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_{C\ (\mathrm{KA})} = x_{A\ (\mathrm{KA})} + v_{0A} t_z \quad \text{albo} \quad \Delta x_{(\mathrm{KA})} = v_{0A} t_z \quad \text{albo} \quad t_z = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

***LUB***

– zastosowanie równania ruchu jednostajnie przyśpieszonego (w stronę przeciwną do zwrotu osi $y$) bez prędkości początkowej dla opisania położenia kulki $K_A$ wzdłuż osi $y$: zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć rzędną punktu $C$ w funkcji położenia początkowego kulki $K_A$, $g$ i $t_z$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$y_{C\ (\mathrm{KA})} = 12 - \frac{1}{2} g t_z^2$$

***LUB***

– zastosowanie równania (albo równań) ruchu jednostajnie opóźnionego (w stronę zwrotu osi $y$) dla opisania położenia kulki $K_B$ wzdłuż osi $y$: zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć rzędną punktu $C$ w funkcji prędkości początkowej $v_{0B}$ kulki $K_B$, $g$ i $t_z$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$y_{C\ (\mathrm{KB})} = v_{0B} t_z - \frac{1}{2} g t_z^2 \quad \text{albo} \quad \left( y_{C\ (\mathrm{KB})} = \frac{v_{0B} + v_{C\ (\mathrm{KB})}}{2} \cdot t_z \quad \text{i} \quad v_{C\ (\mathrm{KB})} = v_{0B} - g t_z \right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

---

[2] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki <u>w minimalnym stopniu</u>.

**Zasady oceniania**
(dla rozwiązania sposobem 3. lub sposobem 4.)

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

**Warunek PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA**
Zauważenie, że ruch kulki $K_B$ względem kulki $K_A$ jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie współrzędnych (może być co do wartości bezwzględnej) prędkości względnej kulki $K_B$ względem kulki $K_A$, np. zapisy równoważne poniższym:

$v_{BAx} = -8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ , $v_{BAy} = v_{0B}$ albo $\vec{v}_{BA} = \left[-8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};\ v_{0B}\right]$

albo opisowo

*prędkość w poziomie kulki $K_B$ względem $K_A$ jest skierowana w lewo i ma stałą wartość* $8\ \mathrm{m/s}$
*prędkość w pionie kulki $K_B$ względem $K_A$ jest skierowana w górę i ma stałą wartość* $v_{0B}$

**Warunek PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE**
Zauważenie, że ruch kulki $K_B$ względem kulki $K_A$ jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie współrzędnych (może być co do wartości bezwzględnej) przemieszczenia względnego kulki $K_B$ względem kulki $K_A$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\Delta x_{BA} = -6\ \mathrm{m}$ , $\Delta y_{BA} = 12\ \mathrm{m}$ albo $\Delta\vec{r}_{BA} = [-6\ \mathrm{m}\ ; 12\ \mathrm{m}]$

albo opisowo

*przemieszczenie w poziomie kulki $K_B$ względem $K_A$ jest w lewo i ma wartość* $6\ \mathrm{m}$
*przemieszczenie w pionie kulki $K_B$ względem $K_A$ jest w górę i ma wartość* $12\ \mathrm{m}$

**Warunek PRĘDKOŚĆ_W_*NU***
Zauważenie, że w nieinercjalnym układzie odniesienia (*NU*) swobodnie spadającym pionowo (od chwili $t_0$) ruch obu kulek jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie prędkości obu kulek w tym układzie *NU*, np. zapisy równoważne poniższym:

$\vec{v}_{A\_NU} = [v_{Ax\_NU}\ ;\ v_{Ay\_NU}] = \left[8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ;\ 0\right]$ $\vec{v}_{B\_NU} = [v_{Bx\_NU}\ ;\ v_{By\_NU}] = [0\ ;\ v_{0B}]$

albo opisowo

*kulka $K_A$ porusza się w spadającym układzie NU w prawo z prędkością* $8\ \mathrm{m/s}$
*kulka $K_B$ porusza się w spadającym układzie NU w górę z prędkością* $v_{0B}$

**Warunek PRZEMIESZCZENIE_W_*NU***
Zauważenie, że w nieinercjalnym układzie odniesienia (*NU*) swobodnie spadającym pionowo (od chwili $t_0$) ruch obu kulek jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie przemieszczenia obu kulek w tym układzie *NU*, np. zapisy równoważne poniższym:

$\Delta\vec{r}_{A\_NU} = [\Delta x_{A\_NU}\ ;\ \Delta y_{A\_NU}] = [6\ \mathrm{m}\ ;\ 0]$ $\Delta\vec{r}_{B\_NU} = [\Delta x_{B\_NU}\ ;\ \Delta y_{B\_NU}] = [0;\ 12\ \mathrm{m}]$

albo opisowo

*kulka $K_A$ w spadającym układzie NU przemieszcza się* $6\ \mathrm{m}$ *w prawo*
*kulka $K_B$ w spadającym układzie NU przemieszcza się* $12\ \mathrm{m}$ *w górę*

Schemat punktowania (dla rozwiązania sposobem 3. lub sposobem 4.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia $v_{0B}$ – wartości prędkości początkowej kulki $K_B$, tzn. poprawne zastosowanie równań ruchu dla kulek $K_A$ i $K_B$ (w układzie spoczynkowym kulki $K_A$ lub w układzie swobodnie spadającym pionowo) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA** **oraz** warunku **PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE** **oraz** zastosowanie związków między przemieszczeniem względnym a prędkością względną kulki $K_B$ względem kulki $K_A$ (w obu kierunkach: poziomym i pionowym) i czasem ruchu do zderzenia kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z$ oraz $12\ \mathrm{m} = v_{0B} \cdot t_z$

***LUB***

– spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_W_*NU*** **oraz** warunku **PRZEMIESZCZENIE_W_*NU*** **oraz** zastosowanie związków między przemieszczeniem a prędkością i czasem (ruchu do zderzenia kulek) dla ruchu obu kulek w spadającym układzie odniesienia *NU*, np. zapisy równoważne poniższym:

$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z$ oraz $12\ \mathrm{m} = v_{0B} \cdot t_z$

1 pkt – spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA**

***LUB***

– spełnienie warunku **PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE**

***LUB***

– spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_W_*NU***

***LUB***

– spełnienie warunku **PRZEMIESZCZENIE_W_*NU***

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 5.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia $v_{0B}$ – wartości prędkości początkowej kulki $K_B$, tzn. poprawne zastosowanie zasady zachowania energii dla kulek $K_A$ i $K_B$ (w układzie inercjalnym) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – zapisanie równania z którego można bezpośrednio obliczyć czas ruchu kulki $K_A$ od chwili $t_0$ do chwili $t_z$ **oraz** zapisanie zasady zachowania energii dla kulki $K_A$ w punktach $A$ i $C$ z uwzględnieniem wzoru z czasem na prędkość kulki $K_A$ w punkcie $C$, **oraz** zapisanie zasady zachowania energii dla kulki $K_B$ w punktach $B$ i $C$ z uwzględnieniem wzoru z czasem na prędkość kulki $K_B$ w punkcie $C$, np. zapisy równoważne poniższym:

$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z$ oraz

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_c \quad \text{oraz}$$

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_c$$

1 pkt – zastosowanie równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla opisania położenia kulki $K_A$ wzdłuż osi $x$: zapisanie równania z którego można bezpośrednio obliczyć czas ruchu kulki $K_A$ od chwili $t_0$ do chwili $t_z$ zderzenia się kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_{C\,(\mathrm{KA})} = x_{A\,(\mathrm{KA})} + v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad \Delta x_{(\mathrm{KA})} = v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad t_z = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

***LUB***

– zapisanie zasady zachowania energii dla kulki $K_A$ w punktach $A$ i $C$ **oraz** uwzględnienie wzoru z czasem na prędkość kulki $K_A$ w punkcie $C$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_c$$

***LUB***

– zapisanie zasady zachowania energii dla kulki $K_B$ w punktach $B$ i $C$ **oraz** uwzględnienie wzoru z czasem na prędkość kulki $K_B$ w punkcie $C$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_c$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązania[3]

Sposób 1. (zastosowanie kinematycznych równań ruchu w układzie inercjalnym)

Ruch kulki $K_A$ jest złożeniem ruchu jednostajnego prostoliniowego wzdłuż osi $x$ i spadku swobodnego wzdłuż osi $y$. Zatem współrzędna prędkości kulki $K_A$ wzdłuż osi $x$ jest stała:

$$v_x = v_{0A}$$

Obliczymy czas $t_z$, mierzony od chwili $t_0$, po którym dochodzi do zderzenia kulek. Kulki zderzają się w punkcie $C$ w chwili $t_z$. Z równania ruchu jednostajnego prostoliniowego wynika, że współrzędna $x$ położenia kulki $K_A$ w punkcie $C$ w chwili $t_z$ dana jest wzorem:

$$x_{C\,(\mathrm{KA})} = x_{A\,(\mathrm{KA})} + v_{0A}t_z \quad \text{zatem} \quad t_z = \frac{x_{C\,(\mathrm{KA})} - x_{A\,(\mathrm{KA})}}{v_{0A}} = \frac{6\ \mathrm{m} - 0\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}75\ \mathrm{s}$$

Współrzędna $y$ położenia kulki $K_A$ w chwili zderzenia w $C$ – zgodnie z równaniem ruchu jednostajnie przyśpieszonego bez prędkości początkowej (ruchu w przeciwną stronę do zwrotu osi $y$) – dana jest wzorem:

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = y_{A\,(\mathrm{KA})} - \left|\Delta y_{(\mathrm{KA})}\right| = 12\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}gt_z^2$$

[3] Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania. Dodatkowe komentarze w rozwiązaniu zamieszczono w celach dydaktycznych.

Ruch kulki $K_B$ jest rzutem pionowym w górę z prędkością początkową $v_{0B}$. Współrzędna $y$ położenia kulki $K_B$ w chwili zderzenia w $C$ – zgodnie z równaniem ruchu jednostajnie opóźnionego – dana jest wzorem:

$$y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B} t_z - \frac{1}{2} g t_z^2$$

Porównamy ze sobą dwa powyższe wyrażenia opisujące rzędną punktu $C$:

$$12\ \mathrm{m} - \frac{1}{2} g t_z^2 = v_{0B} t_z - \frac{1}{2} g t_z^2 \qquad \rightarrow \qquad 12\ \mathrm{m} = v_{0B} t_z$$

Obliczymy $v_{0B}$:

$$v_{0B} = \frac{12\ \mathrm{m}}{0{,}75\ \mathrm{s}} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 2. (zastosowanie kinematycznych równań ruchu w układzie inercjalnym)

Obliczymy czas $t_z$, mierzony od chwili $t_0$, po którym dochodzi do zderzenia kulek. Kulki zderzają się w punkcie $C$. Ruch kulki $K_A$ jest złożeniem ruchu jednostajnego prostoliniowego wzdłuż osi $x$ i spadku swobodnego wzdłuż osi $y$. Przemieszczenie $\Delta x_{(\mathrm{KA})}$ kulki $K_A$ wzdłuż $x$ w czasie $t_z$ dane jest wzorem:

$$\Delta x_{(\mathrm{KA})} = v_x t_z = v_{0A} t_z \qquad \text{zatem} \qquad t_z = \frac{\Delta x_{(\mathrm{KA})}}{v_{0A}} = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}75\ \mathrm{s}$$

Obliczymy współrzędną $y$ położenia kulki $K_A$ w chwili zderzenia w $C$. Wykorzystamy równanie ruchu jednostajnie przyśpieszonego (w przeciwną stronę do zwrotu osi $y$) bez prędkości początkowej:

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = y_{A\,(\mathrm{KA})} - |\Delta y_{(\mathrm{KA})}| = 12 - \frac{1}{2} g t_z^2 \qquad \rightarrow$$

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = 12\ \mathrm{m} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}75^2\ \mathrm{s}^2 \approx 9{,}24\ \mathrm{m}$$

Obliczymy prędkość początkową kulki $K_B$. Ruch kulki $K_B$ jest rzutem pionowym w górę z prędkością początkową $v_{0B}$. Wykorzystamy równanie ruchu jednostajnie opóźnionego:

$$y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B} t_z - \frac{1}{2} g t_z^2 \qquad \text{oraz} \qquad y_{C\,(\mathrm{KA})} = y_{C\,(\mathrm{KB})} \qquad \rightarrow$$

$$9{,}24\ \mathrm{m} = v_B \cdot 0{,}75\ \mathrm{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}75^2\ \mathrm{s}^2 \qquad \rightarrow$$

$$v_{0B} \approx 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 3. (zastosowanie równań opisujących ruch kulki $K_B$ względem kulki $K_A$)

Zapiszemy wektorowe równania ruchu dla prędkości kulek $K_A$ i $K_B$ względem ziemi. Równania te rozpiszemy na współrzędne prędkości $v_x$ oraz $v_y$ (wektor przyśpieszenia ziemskiego jest zwrócony przeciwnie do zwrotu osi $y$, zatem jego współrzędna jest ujemna):

$$\vec{v}_A(t) = \vec{v}_{0A} + \vec{g}t \qquad \rightarrow \qquad \vec{v}_A(t) = \left[v_{Ax}(t)\,;\ v_{Ay}(t)\right] = [v_{0A};\ -gt]$$

$$\vec{v}_B(t) = \vec{v}_{0B} + \vec{g}t \qquad \rightarrow \qquad \vec{v}_B(t) = \left[v_{Bx}(t)\,;\ v_{By}(t)\right] = [0;\ v_{0B} - gt]$$

Obliczymy prędkość kulki $K_B$ w układzie odniesienia kulki $K_A$, czyli obliczymy prędkość względną kulek. Następnie wyrazimy tę prędkość względną we współrzędnych:

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B(t) - \vec{v}_A(t) = [0 - v_{0A}\ ;\ \ (v_{0B} - gt) - (-gt)]$$

$$\vec{v}_{BA} = \left[v_{BAx}\ ;\ v_{BAy}\right] = [-v_{0A}\ ;\ v_{0B}] = \left[-8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ ;\ v_{OB}\right]$$

W związku z powyższym kulka $K_B$ porusza się w układzie odniesienia kulki $K_A$ ze stałą prędkością, której współrzędna pozioma wynosi $(-8\ \text{m/s})$ a pionowa $v_{0B}$. Z drugiej strony wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}_{AB}$ (do momentu zderzenia kulek) kulki $K_B$ w układzie odniesienia kulki $K_A$ ma współrzędne:

$$\Delta\vec{r}_{BA} = [\Delta x_{BA}\ ;\ \Delta y_{BA}] = [-6\ \text{m}\ ; 12\ \text{m}]$$

Powyższe oznacza, że kulka $K_B$ porusza się względem $K_A$ po skosie do momentu zderzenia: $6\ \text{m}$ w lewo i $12\ \text{m}$ w górę. Zastosujemy równanie ruchu jednostajnego w wersji wektorowej:

$$\Delta\vec{r}_{BA} = \vec{v}_{BA}t_z \qquad \rightarrow \qquad [-6\ \text{m}\ ; 12\ \text{m}] = \left[-8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_z\ ;\ v_{OB} \cdot t_z\right]$$

Równanie to rozpiszemy na współrzędne:

$$6\ \text{m} = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad 12\ \text{m} = v_{0B} \cdot t_z \quad \rightarrow \quad \frac{6\ \text{m}}{12\ \text{m}} = \frac{8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{v_{OB}} \quad \rightarrow \quad v_{OB} = 16\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 4. (zastosowanie równań ruchu kulki $K_A$ i $K_B$ w układzie odniesienia, który spada swobodnie)

Rozważmy ruch obu kulek w nieinercjalnym, swobodnie spadającym pionowo układzie odniesienia *NU*. Załóżmy dalej, że układ *NU* rozpoczął spadanie w chwili $t_0$ – tej samej chwili, w której rzucono kulkę $K_A$.

Zauważmy, że układ odniesienia *NU* spada w z takim samym przyśpieszeniem ziemskim skierowanym w dół, z jakim poruszają się kulki $K_A$ i $K_B$. W związku z tym, przyśpieszenia obu kulek względem spadającego układu *NU* wynoszą zero.

Ponieważ przyśpieszenia kulek w spadającym układzie odniesienia *NU* wynoszą zero, to kulki poruszają się w tym układzie *NU* ruchem jednostajnym prostoliniowym (mówimy, że względem układu *NU* kulki są w stanie nieważkości, jak np. w spadającej swobodnie windzie).

Zanotujmy ważne wnioski wynikające z powyższego rozważania:

- Ponieważ układ odniesienia *NU* rozpoczął spadanie w tej samej chwili $t_0$ co kulka $K_A$ i spada razem z nią, to prędkość kulki $K_A$ w *NU* ma tylko składową poziomą, równą prędkości początkowej $K_A$ względem ziemi (pionowa składowa prędkości wynosi zero):

$$\vec{v}_{(\text{KA})\_NU} = \left[8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ ;\ 0\right]$$

- Prędkość kulki $K_B$ w *NU* ma tylko składową pionową, równą prędkości początkowej kulki $K_B$ względem ziemi (pozioma składowa tej prędkości wynosi zero):

$$\vec{v}_{(\text{KB})\_NU} = [0\ ;\ v_{OB}]$$

- Do momentu zderzenia kulka $K_A$ przebywa w układzie odniesienia *NU* drogę (w poziomie) równą $\Delta x_{(\text{KA})\_NU} = 6\ \text{m}$, a kulka $K_B$ przebywa w układzie odniesienia *NU* drogę (w pionie) równą $\Delta y_{(\text{KB})\_NU} = 12\ \text{m}$.

Z własności ruchu jednostajnego prostoliniowego (w układzie odniesienia *NU*) otrzymujemy:

$$t_{Az} = t_{Bz} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta x_{(\mathrm{KA})\_NU}}{v_{(\mathrm{KA})\_NU}} = \frac{\Delta y_{(\mathrm{KB})\_NU}}{v_{(\mathrm{KB})\_NU}}$$

$$\frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{12\ \mathrm{m}}{v_{OB}} \quad \rightarrow \quad v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$$

Sposób 5. (rozwiązanie z zastosowaniem zasady zachowania energii mechanicznej)

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla kulki $K_A$ w punktach $A$ i $C$ oraz uwzględnimy wzór na prędkość kulki $K_A$ w punkcie $C$:

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{mv_{(\mathrm{KA})C}^2}{2} + mgy_c \qquad \text{gdzie} \qquad v_{(\mathrm{KA})C}^2 = v_{0A}^2 + (gt_z)^2$$

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla kulki $K_B$ w punktach $B$ i $C$ oraz uwzględnimy wzór na prędkość kulki $K_B$ w punkcie $C$:

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{mv_{(\mathrm{KB})C}^2}{2} + mgy_c \qquad \text{gdzie} \qquad v_{(\mathrm{KB})C} = v_{0B} - gt_z$$

Wyznaczymy $t_z$ z wartości poziomych składowych prędkości i przemieszczenia kulki $K_A$:

$$t_z = \frac{\Delta x_{(\mathrm{KA})}}{v_{0A}} = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}75\ \mathrm{s}$$

Zapiszemy układ równań wynikający z powyższych zależności:

$$\begin{cases} \dfrac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \dfrac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_c \\ \dfrac{mv_{0B}^2}{2} = \dfrac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_c \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases}$$

Rozwiążemy powyższy układ równań:

$$\begin{cases} \dfrac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \dfrac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + \dfrac{mv_{0B}^2}{2} - \dfrac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{v_{0A}^2}{2} + gh_A = \dfrac{v_{0A}^2}{2} + \dfrac{(gt_z)^2}{2} + \dfrac{v_{0B}^2}{2} - \dfrac{v_{0B}^2 - 2v_{0B}gt_z + (gt_z)^2}{2} \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{v_{0A}^2}{2} + gh_A = \dfrac{v_{0A}^2}{2} + \dfrac{(gt_z)^2}{2} + \dfrac{v_{0B}^2}{2} - \dfrac{v_{0B}^2}{2} + v_{0B}gt_z - \dfrac{(gt_z)^2}{2} \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} h_A = v_{0B}t_z \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \quad \rightarrow \quad v_{0B} = \frac{h_A}{t_z} = \frac{12\ \mathrm{m}}{0{,}75\ \mathrm{s}} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

## Zadanie 2.1. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>2.2) rozróżnia pojęcia: masa i moment bezwładności;<br>2.6) opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi przechodzącej przez środek masy; (prędkość kątowa, przyspieszenie kątowe);<br>2.9) uwzględnia energię kinetyczną ruchu obrotowego w bilansie energii. |

**Zasady oceniania**
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**
PPF

## Zadanie 2.2. (0–4)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>2.3) oblicza momenty sił;<br>2.6) opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi przechodzącej przez środek masy;<br>2.7) analizuje ruch obrotowy bryły sztywnej pod wpływem momentu sił;<br>*ALBO*<br>2.9) uwzględnia energię kinetyczną ruchu obrotowego w bilansie energii.<br>3.3) wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczania parametrów ruchu. |

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości $a$ przyśpieszenia liniowego walca W2 poprzez $g$, $\beta$ i $k_2$ **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na $a$:

$$a = \frac{\sin\beta}{1 + k_2} g$$

3 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań ruchu wyrażających II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i ruchu obrotowego (względem osi symetrii) walca W2 **oraz** uwzględnienie w tych równaniach poprawnych wyrażeń opisujących wartość siły wypadkowej działającej na walec W2 i wartość momentu siły działającego na W2, **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym i wzoru na moment bezwładności walca W2, **oraz** uwzględnienie (zob. uwaga poniżej) warunku, że siła tarcia nie osiągnęła wartości maksymalnej, np. zapisy równoważne poniższym:

$ma = mg\sin\beta - T$ oraz $k_2 m R^2 \frac{a}{R} = RT$

*Uwaga! Spełnienie ostatniego warunku (po trzecim „oraz") oznacza pozostawienie wartości siły tarcia $T$ jako niewiadomej w układzie równań. Zdający nie spełnia powyższego kryterium, jeśli zapisze $T = \mu mg\cos\beta$.*

***LUB***

– wyprowadzenie (z dynamicznych równań ruchu) i zapisanie prawidłowej postaci wzoru na $a$, **pomimo** błędnego określenia siły tarcia, jako takiej, która osiągnęła wartość maksymalną (tzn. z jedynym błędnym zapisem: $T = \mu mg\cos\beta$), np.:

(równania ruchu z błędnym zapisem $T = \mu mg\cos\beta$) $\rightarrow$ $a = \frac{\sin\beta}{1 + k_2} g$

2 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań ruchu wyrażających II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i ruchu obrotowego (względem osi symetrii) walca W2 **oraz** uwzględnienie w tych równaniach poprawnych wyrażeń opisujących wartość siły wypadkowej działającej na walec W2 **oraz** wartość momentu siły działającego na W2, np. zapisy równoważne poniższym:

($ma = mg\sin\beta - T$ oraz $I_2\epsilon = RT$ )

albo

($ma = Q_{\parallel} - T$ oraz $I_2\epsilon = RT$ )

1 pkt – zapisanie dwóch równań ruchu wyrażających II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i ruchu obrotowego (względem osi symetrii) walca W2 (bez poprawnego rozpisania $F_W$ i $M_T$), np. zapisy równoważne poniższym:

($ma = F_w$ oraz $I_2\epsilon = M_T$ )

***LUB***

– zapisanie poprawnego wzoru na wartość siły wypadkowej działającej na walec W2 **oraz** zapisanie poprawnego wzoru na moment siły tarcia działający na walec W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_w = Q_{\parallel} - T$ oraz $M_T = RT$

***LUB***

– poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca W2 **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia opisującego wartość siły wypadkowej działającej na walec W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma = Q_{\parallel} - T$$

***LUB***

– poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca W2 względem osi symetrii, **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia opisującego wartość momentu siły działającego na W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_2\epsilon \ = RT$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Zasady oceniania**
(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda (zastosowanie zasady zachowania energii) wyznaczenia wartości $a$ przyśpieszenia liniowego walca W2 poprzez $g$, $\beta$ i $k_2$ **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na $a$:

$$a = \frac{\sin\beta}{1 + k_2} g$$

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyśpieszenia liniowego walca z zasady zachowania energii, tzn. spełnienie warunków za 2 pkt **oraz** zastosowanie wzoru na moment bezwładności walca, **oraz** zastosowanie związku między prędkością a przyśpieszeniem i drogą (z wyeliminowanym czasem) w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k_2 mR^2\frac{v^2}{R^2} \qquad \text{oraz} \qquad v^2 = 2as$$

albo

$$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}k_2 v^2 \qquad \text{oraz} \qquad v^2 = 2as$$

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** poprawne zastosowanie wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca W2, energię kinetyczną ruchu obrotowego walca W2 i energię potencjalną walca W2, **oraz** zastosowanie związku między prędkością kątową walca a prędkością liniową walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_2\omega^2 \quad \text{oraz} \quad v = \omega R\right) \quad \text{albo} \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_2\frac{v^2}{R^2}$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** uwzględnienie (poprzez oznaczenie) w tym równaniu energii kinetycznych ruchu postępowego walca W2, ruchu obrotowego walca W2 i energii potencjalnej walca W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{pot\,wal} = E_{kin\,wal\,post} + E_{kin\,wal\,obr}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Zasady oceniania**
(dla rozwiązania sposobem 3.)

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości $a$ przyśpieszenia liniowego walca W2 poprzez $g$, $\beta$ i $k_2$ **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na $a$:

$$a = \frac{\sin\beta}{1 + k_2} g$$

3 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca W2 względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia (z kątem $\beta$) opisującego moment siły działający na W2 (względem chwilowej osi obrotu), **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym, **oraz** uwzględnienie związku między $I_{chw}$ a $I_2$, np. zapisy równoważne poniższym:

$I_{chw}\epsilon = R \cdot mg\sin\beta$ oraz $\epsilon = \frac{a}{R}$ oraz $I_{chw} = I_2 + mR^2$

albo (w jednym równaniu)

$$(I_2 + mR^2)\frac{a}{R} = R \cdot mg\sin\beta$$

2 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca W2 względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia (z kątem $\beta$) opisującego moment siły działający na W2 (względem chwilowej osi obrotu) **oraz** uwzględnienie (np. poprzez oznaczenie), że moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu <u>jest różny od $I_2$</u>, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw}\epsilon = R \cdot mg\sin\beta$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu (z oznaczeniem momentu siły ciężkości) wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem <u>chwilowej</u> osi obrotu (oś chwilowa musi być zidentyfikowana) **oraz** uwzględnienie (np. poprzez oznaczenie), że moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu <u>jest różny od $I_2$</u>, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw}\epsilon = M_Q$$

***LUB***

– zapisanie poprawnego wzoru na moment siły względem chwilowej osi obrotu (ta oś chwilowa musi być zidentyfikowana) **oraz** poprawna identyfikacja siły, która powoduje moment względem chwilowej osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$M_Q = R \cdot Q_{\parallel}$ albo $M_Q = R \cdot mg\sin\beta$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

<u>Sposób 1.</u> (zastosowanie zasad dynamiki)

Na walec W2 działają trzy siły: siła tarcia statycznego $\vec{T}$ oraz siła reakcji równi $\vec{F_r}$ oraz siła ciężkości walca $\vec{Q}$. Wypadkowa ze wszystkich sił działających na walec ma kierunek wzdłuż równi i wartość opisaną wyrażeniem:

$$F_w = mg\sin\beta - T$$

Jedynie siła tarcia statycznego ma niezerowy moment względem osi obrotu walca W2:

$$M_T = RT$$

Zapiszemy równania wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca W2 oraz dla ruchu obrotowego walca W2 (względem osi symetrii):

$$\begin{cases} ma = mg\sin\beta - T \\ I_2\epsilon = RT \end{cases}$$

Siła tarcia statycznego nie osiągnęła wartości maksymalnej, zatem pozostaje niewiadomą w powyższym układzie równań. Zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym (w przypadku toczenia się bez poślizgu) oraz wzór na moment bezwładności walca W2:

$$\begin{cases} ma = mg\sin\beta - T \\ k_2 mR^2\dfrac{a}{R} = RT \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} ma = mg\sin\beta - T \\ k_2 ma = T \end{cases} \quad \rightarrow$$

$$\begin{cases} ma = mg\sin\beta - k_2 ma \\ k_2 ma = T \end{cases} \quad \rightarrow \quad a + k_2 a = g\sin\beta$$

$$a = \frac{\sin\beta}{1 + k_2}g$$

Sposób 2. (zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej)

Zgodnie z przyjętym modelem zjawiska energia mechaniczna pozostaje stała podczas ruchu walca – siły oporów pomijamy, a siła tarcia statycznego nie zmienia całkowitej energii kinetycznej (prace siły tarcia statycznego i momentu siły tarcia statycznego znoszą się).

W chwili początkowej energia mechaniczna walca W2 jest równa jego energii potencjalnej grawitacji. Przyjmiemy, że zero energii potencjalnej jest na poziomie środka masy walca W2, gdy ten jest u podnóża równi. Zatem u podnóża równi energia mechaniczna walca W2 jest równa tylko jego energii kinetycznej całkowitej (ruchu postępowego i obrotowego). Zapiszemy zasadę zachowania energii mechanicznej:

$$E_{pot\ wal} = E_{kin\ wal\ post} + E_{kin\ wal\ obr}$$

Wysokość, na jakiej znajduje się środek masy walca W2 w chwili początkowej, liczona względem poziomu zera energii potencjalnej, przyjmiemy jako $h$. Zastosujemy wzory na wymienione rodzaje energii:

$$1)\quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_2\omega^2$$

Wykorzystamy związek między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu) oraz wzór na moment bezwładności walca W2. Wyznaczymy kwadrat prędkości walca u podnóża równi:

$$2)\quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(k_2 mR^2)\cdot\frac{v^2}{R^2} \quad \rightarrow \quad gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}k_2 v^2$$

$$3)\quad v^2 = \frac{2gh}{(1 + k_2)}$$

Wykorzystamy związek kinematyczny między przyśpieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyśpieszonym (siła wypadkowa jest stała) bez prędkości początkowej, drogę powiążemy z wysokością i kątem nachylenia równi:

$$4)\quad v^2 = 2as \qquad 5)\quad h = \sin\beta \cdot s$$

Przyrównamy do siebie prawe strony równań 3) i 4) z uwzględnieniem związku 5):

$$6)\quad 2as = \frac{2g\sin\beta \cdot s}{(1+k_2)} \quad \rightarrow$$

$$7)\quad a = \frac{\sin\beta}{(1+k_2)}g$$

Sposób 3. (zastosowanie metody chwilowej osi obrotu)

Rozważmy obrót walca W2 wokół chwilowej osi obrotu. Chwilowa oś obrotu zawiera odcinek styczności walca z powierzchnią równi w danej chwili. Jedynie siła ciężkości $\vec{Q}$ walca ma niezerowy moment względem tej osi obrotu (tzn. jej składowa $\vec{Q}_{\parallel}$ wzdłuż równi).
Ramię tej siły jest równe $R$, zatem:

$$1)\ M_Q = R \cdot Q_{\parallel} \quad \text{gdzie} \quad Q_{\parallel} = mg\sin\beta$$

W metodzie chwilowej osi obrotu rozważamy tylko ruch obrotowy. Zapiszemy równanie wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu:

$$2a)\ I_{chw}\epsilon = M_Q \quad \rightarrow \quad I_{chw}\epsilon = R \cdot Q_{\parallel} \quad \rightarrow \quad 2b)\ I_{chw}\epsilon = R \cdot mg\sin\beta$$

Wyznaczymy wzór na moment bezwładności walca W2 względem chwilowej osi obrotu (z twierdzenia Steinera):

$$3)\quad I_{chw} = I_2 + mR^2 = k_2 mR^2 + mR^2 = (k_2+1)mR^2$$

Do równania 2b) podstawimy zależność 3) oraz zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym (w przypadku metody chwilowej osi obrotu przyśpieszenie liniowe jest przyśpieszeniem chwilowym stycznym do chwilowego toru ruchu punktu środka masy walca W2):

$$4)\quad (k_2+1)mR^2 \cdot \frac{a}{R} = R \cdot mg\sin\beta \qquad \rightarrow \qquad (k_2+1)a = g\sin\beta$$

$$5)\quad a = \frac{\sin\beta}{(1+k_2)}g$$

## Zadanie 3.1. (0–1)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>6.8) stosuje w obliczeniach związek między parametrami fali: długością, częstotliwością, okresem, prędkością;<br>6.9) opisuje załamanie fali na granicy ośrodków. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**
A3

## Zadanie 3.2. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>6.9) opisuje załamanie fali na granicy ośrodków.<br>10.7) opisuje zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia i wyznacza kąt graniczny. |

**Zasady oceniania**
3 pkt – poprawna metoda ustalenia biegu wiązki ultradźwięków od granicy powietrze – woda **oraz** zaznaczenie rysunku C.

*Uwaga! Jeżeli zdający stosuje poprawną metodę ustalenia biegu wiązki ultradźwięków od granicy powietrze – woda **oraz** zapisze w sposób jednoznaczny, który rysunek przedstawia opisaną sytuację, albo zapisze jednoznacznie, że zachodzi <u>całkowite</u> odbicie od granicy ośrodków **i nie zaznaczy** rysunku, to otrzymuje 3 pkt.*

2 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda **oraz** podanie/oszacowanie prawidłowej wartości tego kąta, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin 90°} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \qquad \text{oraz} \qquad 10° < \alpha_g < 15$$

***LUB***

– poprawna metoda obliczenia sinusa kąta granicznego dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda **oraz** podanie prawidłowej wartości <u>sinusa tego kąta</u>, **oraz** stwierdzenie/zapisanie, że kąt padania (lub sinus tego kąta) jest większy od kąta granicznego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \quad \text{oraz} \quad \left(\sin\alpha_g \approx 0{,}2345 \quad \text{zatem} \quad \alpha_g < 45^\circ\right)$$

albo

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \quad \text{oraz} \quad (\sin\alpha_g \approx 0{,}2345) < (\sin 45^\circ \approx 0{,}7071)$$

***LUB***

– poprawna metoda obliczenia kąta załamania dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda **oraz** podanie wartości <u>sinusa kąta załamania większej od jedności</u>, **oraz** stwierdzenie, że nie istnieje taki kąt, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin\alpha_w} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \quad \text{oraz} \quad \left(\sin\alpha_w > 1 \quad \text{nie istnieje taki kąt } \alpha_w\right)$$

1 pkt – poprawne zapisanie warunku (z <u>uwzględnieniem</u> wartości prędkości dźwięku), z którego można obliczyć kąt graniczny dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

***LUB***

– zapisanie warunku (z <u>uwzględnieniem</u> wartości prędkości dźwięku i miary kąta padania) wynikającego z prawa załamania fali, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin\alpha_w} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

<u>Sposób 1.</u>
Prędkość dźwięku w powietrzu <u>jest mniejsza</u> od prędkości dźwięku w wodzie. Z tego wynika, że istnieje kąt graniczny $\alpha_g$ padania dla wiązki ultradźwięków biegnącej <u>od strony powietrza</u>, powyżej którego nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków powietrze – woda.

Wyznaczymy kąt graniczny dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda. Zapiszemy warunek (wynikający z prawa załamania fali) dla kąta granicznego w tym przypadku:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{v_p}{v_w} \quad \rightarrow \quad \frac{\sin\alpha_g}{1} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \quad \rightarrow \quad \sin\alpha_g \approx 0{,}2345$$

Określimy wartość kąta granicznego (na podstawie tablic):

$$\sin\alpha_g \approx 0{,}2345 \quad \text{zatem} \quad 10^\circ < \alpha_g < 15^\circ$$

Porównamy kąt padania $\alpha_p = 45°$ z kątem granicznym:

$$\alpha_p > \alpha_g \qquad (45° > 15° > \alpha_g > 10)$$

Z powyższego wynika, że nastąpi całkowite odbicie od granicy powietrze – woda.

**Prawidłowe zaznaczenie**
C

Sposób 2.
Prędkość dźwięku w powietrzu jest mniejsza od prędkości dźwięku w wodzie. Z tego wynika, że istnieje kąt graniczny $\alpha_g$ padania dla wiązki ultradźwięków biegnącej od strony powietrza, powyżej którego nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków powietrze – woda.

Wyznaczymy sinus kąta granicznego dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda. Zapiszemy warunek (wynikający z prawa załamania fali) dla sinusa kąta granicznego w tym przypadku:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{v_p}{v_w} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\sin\alpha_g}{1} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \qquad \rightarrow \qquad \sin\alpha_g \approx 0{,}2345$$

Porównamy sinus kąta padania $\alpha_p = 45°$ z sinusem kąta granicznego:

$$(\sin 45° \approx 0{,}7071 \quad \text{oraz} \quad \sin\alpha_g \approx 0{,}2345) \quad \text{zatem} \quad \sin 45° > \sin\alpha_g$$

Ponieważ w przedziale od 0° do 90° sinus jest funkcją rosnącą, to:

$$\sin 45° > \sin\alpha_g \quad \rightarrow \quad (\alpha_p = 45°) > \alpha_g$$

To oznacza, że nastąpi całkowite odbicie od granicy powietrze – woda.

**Prawidłowe zaznaczenie**
C

Sposób 3.
Zapiszemy warunek wynikający z prawa załamania fali na granicy ośrodków powietrze – woda. Z tego warunku wyznaczymy sinus kąta załamania.

Kąt padania wiązki od strony powietrza oznaczymy jako $\alpha_p$, a kąt załamania wiązki w wodzie oznaczymy jako $\alpha_w$.

$$\frac{\sin\alpha_p}{\sin\alpha_w} = \frac{v_p}{v_w} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\sin 45°}{\sin\alpha_w} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{0{,}707}{\sin\alpha_w} \approx \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Zatem:

$$\sin\alpha_w \approx 3{,}02 \qquad \sin\alpha_w > 1 \quad \text{NIEMOŻLIWE}$$

Ponieważ nie istnieje kąt, dla którego sinus jest większy od jedynki, to nie istnieje w tym przypadku kąt $\alpha_w$ załamania w wodzie. Z tego wynika, że wiązka ultradźwięków nie wniknie do wody, tylko całkowicie odbije się od granicy powietrze – woda.

**Prawidłowe zaznaczenie**
C

## Zadanie 4.1. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>6.3) (G) opisuje mechanizm przekazywania drgań z jednego punktu ośrodka do drugiego w przypadku […] fal dźwiękowych w powietrzu;<br>6.6) (G) wymienia, od jakich wielkości fizycznych zależy […] głośność dźwięku.<br>3.4) oblicza moc urządzeń […]. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia fali kulistej w punkcie $X$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z prawidłową jednostką:

$I_X \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{s \cdot m^2}}$ lub $I_X \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}$ lub $I_X \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s^3}}$

1 pkt – poprawne zastosowanie wzoru na natężenie fali kulistej w odległości $r_X$ od źródła z uwzględnieniem symboli wielkości podanych w zadaniu lub poprzez podstawienie wartości liczbowych, np. zapisy równoważne poniższym:

$I_X = \dfrac{E}{\Delta t \cdot 4\pi r_X^2}$ lub $I_X = \dfrac{40\ \mathrm{mJ}}{1\ \mathrm{s} \cdot 4\pi \cdot 10^2\ \mathrm{m^2}}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Skorzystamy z definicji natężenia fali oraz z warunku zadania, że fala kulista rozchodzi się tak samo we wszystkich kierunkach i nie jest pochłaniana. Zatem energia przechodząca w jednostce czasu przez dowolną sferę ze źródłem fali w jej środku, jest taka sama. Zatem:

$$I = \frac{E}{\Delta t \cdot S} \qquad \rightarrow \qquad I_X = \frac{E}{\Delta t \cdot 4\pi r_X^2}$$

Obliczymy natężenie fali w punkcie $X$:

$$I_X = \frac{40\ \mathrm{mJ}}{1\ \mathrm{s} \cdot 4\pi \cdot 10^2\ \mathrm{m^2}} = \frac{10}{\pi} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s \cdot m^2}} \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s \cdot m^2}}$$

## Zadanie 4.2. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>6.8) stosuje w obliczeniach związek między parametrami fali: długością, częstotliwością, okresem, prędkością;<br>6.10) opisuje zjawisko interferencji, wyznacza długość fali na podstawie obrazu interferencyjnego. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda ustalenia, czy w punkcie $A$ nastąpi wzmocnienie czy osłabienie interferencyjne (tzn. poprawne obliczenie długości fali i zastosowanie warunków na wzmocnienie/osłabienie) **oraz** zapisanie poprawnej odpowiedzi:
*W punkcie $A$ nastąpi osłabienie interferencyjne*

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali, tzn. zapisanie związku między długością fali a jej prędkością i częstotliwością z poprawnie podstawionymi wartościami liczbowymi (lub zastosowanymi symbolami) **oraz** zapisanie / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne, np. zapisy równoważne poniższym:

$340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \lambda \cdot 850\ \mathrm{Hz}$ oraz

$r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2}\lambda$ (osłabienie) $r_2 - r_1 = n\lambda$ (wzmocnienie)

albo (obliczenie różnicy dróg fal jako krotności połowy lub pełnej długości fali)

$\lambda = 0{,}4\ \mathrm{m}$ oraz $\left(11{,}5\ \mathrm{m} - 10{,}5\ \mathrm{m} = 1 = \frac{5}{2} \cdot 0{,}4\ \mathrm{m}\right.$ lub $\left.\frac{11{,}5}{0{,}4} - \frac{10{,}5}{0{,}4} = \frac{5}{2}\right)$

albo (obliczenie różnicy faz jako krotności $\pi$ lub $2\pi$)

$\lambda = 0{,}4\ \mathrm{m}$ oraz $2\pi \cdot \frac{11{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}} - 2\pi \frac{10{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}} = 5\pi\ (= 2{,}5 \cdot 2\pi)$

albo (określenie faz docierających do punktu $A$)

$r_1 = 26\lambda + \frac{1}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_1 = 26 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$

$r_2 = 28\lambda + \frac{3}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_2 = 28 \cdot 2\pi + \frac{3\pi}{2}$

***LUB***

– poprawna metoda obliczenia okresu fali **oraz** poprawna metoda obliczenia obu czasów dotarcia ustalonej fazy fali od każdego z głośników do punktu $A$ **oraz** zapisanie / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne, zapisanych poprzez okres i czasy, np. zapisy równoważne poniższym:

$T = \frac{1}{850}\ \mathrm{s}$ oraz $t_1 = \frac{r_1}{v_d}$ oraz $t_2 = \frac{r_2}{v_d}$ oraz $\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = 2{,}5$

1 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali, tzn. zapisanie związku między długością fali a jej prędkością i częstotliwością z poprawnie podstawionymi wartościami liczbowymi (lub zastosowanymi symbolami), np. zapisy równoważne poniższym:

$340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \lambda \cdot 850\ \mathrm{Hz}$

***LUB***

– zapisanie (może być słowne) / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne (z długością fali $\lambda$ i odległościami $r_2$ i $r_1$ lub z fazami i odległościami lub z czasami i okresem), np. zapisy równoważne poniższym:

jeśli $r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2}\lambda$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $r_2 - r_1 = n\lambda$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

albo

jeśli $\frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 = (2n \pm 1) \cdot \pi$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $\frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 = n \cdot 2\pi$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

*Uwaga! Zapisanie warunków z samymi fazami (np. $\phi_2 - \phi_1 = (2n \pm 1) \cdot \pi$), bez użycia wzoru na fazę, jest niewystarczające do spełnienia tego kryterium.*

albo (opis słowny)

*Jeśli do punktu $A$ dotrą fale przeciwne w fazie, to nastąpi maksymalne osłabienie*

*Jeśli do punktu $A$ dotrą fale zgodne w fazie, to nastąpi maksymalne wzmocnienie*

albo

jeśli $t_2 - t_1 = \frac{2n \pm 1}{2}T$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $t_2 - t_1 = nT$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

Sposób 1. (zastosowanie warunku z różnicą odległości)

Zapiszemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie $A$.

Jeśli $r_1$ i $r_2$ są odległościami od punktu $A$ do – odpowiednio – pierwszego (G1) i drugiego (G2) źródła fali oraz $\lambda$ jest długością fali, to:

jeśli $r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2}\lambda$ to nastąpi maksymalne osłabienie w $A$

jeśli $r_2 - r_1 = n\lambda$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie w $A$

Powyższe warunki zastosujemy dla danych zadania.

Obliczymy długość fal dźwiękowych wysyłanych z głośników G1 i G2:

$$v_d = \lambda f \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{v_d}{f} \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{850\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}4\ \mathrm{m}$$

Sprawdzimy – zgodnie z podanymi warunkami – czy w punkcie $A$ zachodzi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie czy wzmocnienie interferencyjne.

W tym celu obliczymy różnicę odległości punktu $A$ od głośników G1 i G2 i wyrazimy ją poprzez krotność długości fali lub krotność połowy długości fali.

$$r_2 - r_1 = 11{,}5\ \mathrm{m} - 10{,}5\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{m}$$

$$r_2 - r_1 = \frac{5}{2} \cdot 0{,}4\ \mathrm{m} = \frac{5}{2}\lambda$$

Różnica odległości punktu $A$ od głośników G1 i G2 wyraża się poprzez nieparzystą krotność połowy długości fali. Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie $A$ nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

Sposób 2. (zastosowanie warunku z różnicą faz)
Zapiszemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie $A$.

Jeśli $\phi_1$ i $\phi_2$ są fazami fal docierających do punktu $A$ – odpowiednio – od pierwszego (G1) i od drugiego (G2) źródła fali, to:

jeśli $|\phi_2 - \phi_1| = (2n \pm 1) \cdot \pi$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $|\phi_2 - \phi_1| = n \cdot 2\pi$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

Użyjemy wzorów do wyznaczenia obu faz. Rozważamy fazy fal docierających do punktu $A$ w chwili $t$. Różnica faz źródeł G1 i G2 wynosi zero. Zatem:

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 \qquad \text{oraz} \qquad \phi_2 = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_2 \quad \rightarrow$$

$$|\phi_2 - \phi_1| = \frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 = 2\pi\left(\frac{r_2}{\lambda} - \frac{r_1}{\lambda}\right)$$

Obliczymy długość fal dźwiękowych wysyłanych z głośników G1 i G2:

$$v_d = \lambda f \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{v_d}{f} \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{850\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}4\ \mathrm{m}$$

Podstawimy długość fali do wzoru na różnicę faz

$$|\phi_2 - \phi_1| = 2\pi\left(\frac{11{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}} - \frac{10{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}}\right) = 2\pi \cdot \frac{1}{0{,}4} = 2\pi \cdot \frac{5}{2} = 5\pi$$

Różnica faz docierających do punktu $A$ jest równa nieparzystej krotności $\pi$.
Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie $A$ nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

Sposób 3. (zastosowanie warunku z różnicą faz)
Jeśli $\phi_1$ i $\phi_2$ są fazami fal docierających do punktu $A$ – odpowiednio – od pierwszego (G1) i od drugiego (G2) źródła fali, to:

- w punkcie $A$ nastąpi maksymalne wzmocnienie interferencyjne, gdy fazy docierających fal będą zgodne
- w punkcie $A$ nastąpi maksymalne osłabienie interferencyjne, gdy fazy docierających fal będą przeciwne.

Zatem zbadamy, jakie fazy docierają od źródeł G1 i G2 do punktu $A$ w wybranej chwili $t$.
Założymy dla uproszczenia rozważań, że faza początkowa źródeł w chwili $t$ wynosi $0$.
Zbadamy, jak zmieni się faza wzdłuż każdej z dróg. Zauważmy, że na drodze równej długości fali $\lambda$ następuje zmiana fazy fali o $2\pi$:

$$\lambda \quad \leftrightarrow \quad 2\pi$$

czyli:

$$\lambda = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{850\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}4\ \mathrm{m} \qquad \leftrightarrow \qquad 2\pi$$

Zatem:

$$r_1 = 10{,}5\ \mathrm{m} = 26{,}25\lambda = 26\lambda + \frac{1}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_1 = 26 \cdot 2\pi + \frac{1}{4} \cdot 2\pi = \ 26 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$r_2 = 11{,}5\ \mathrm{m} = 28{,}75\lambda = 28\lambda + \frac{3}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_2 = 28 \cdot 2\pi + \frac{3}{4} \cdot 2\pi = \ 28 \cdot 2\pi + \frac{3\pi}{2}$$

Do punktu $A$ od głośnika G1 dotrze fala o fazie $\frac{\pi}{2}$, a od głośnika G2 dotrze fala o fazie $\frac{3}{2}\pi$. Zatem dotrą fale o przeciwnych fazach. Nastąpi maksymalne osłabienie interferencyjne.

Sposób 4. (zastosowanie warunku z różnicą czasów)

Zapiszemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie $A$.

Załóżmy, że $t_1$ i $t_2$ są czasami, w jakich dotrą ustalone fazy fal – odpowiednio – od pierwszego i drugiego głośnika do punktu $A$. Jeśli $r_1$ i $r_2$ są odległościami od punktu $A$ do – odpowiednio – pierwszego (G1) i drugiego (G2) źródła fali oraz $\lambda$ jest długością fali, to:

jeśli $v_d t_2 - v_d t_1 = \frac{2n \pm 1}{2} v_d T$ to nastąpi maksymalne osłabienie w $A$

jeśli $v_d t_2 - v_d t_1 = n v_d T$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie w $A$

Powyższe warunki zapiszemy w przekształconej postaci:

jeśli $\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = \frac{2n \pm 1}{2}$ to nastąpi maksymalne osłabienie w $A$

jeśli $\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = n$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie w $A$

Obliczymy $t_1$ i $t_2$ oraz $T$:

$$t_1 = \frac{r_1}{v_d} = \frac{10{,}5}{340}\ \mathrm{s} \approx 0{,}03088\ \mathrm{s} \quad t_2 = \frac{r_2}{v_d} = \frac{11{,}5}{340}\ \mathrm{s} \approx 0{,}03382\ \mathrm{s} \quad T = \frac{1}{850\ \mathrm{Hz}} \approx \ 0{,}00118\ \mathrm{s}$$

Zatem:

$$\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} \approx \frac{0{,}03382\ \mathrm{s}}{0{,}00118\ \mathrm{s}} - \frac{0{,}03088\ \mathrm{s}}{0{,}00118\ \mathrm{s}} \approx 2{,}5 = \frac{5}{2} \qquad \left(t_2 - t_1 = \frac{5}{2}T\right)$$

Różnica czasów dotarcia faz fal do punktu $A$ od głośników G1 i G2 wyraża się poprzez nieparzystą krotność połowy okresu. Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie $A$ nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

## Zadanie 5.1. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>1.5) (P) wyjaśnia wpływ siły grawitacji Słońca na ruch planet […];<br>1.6) (P) […] wyznacza zależność okresu ruchu od promienia orbity (stosuje III prawo Keplera).<br>4.3) oblicza wartość i kierunek pola grawitacyjnego na zewnątrz ciała sferycznie symetrycznego. |

**Zasady oceniania**
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**
PFF

## Zadanie 5.2. (0–1)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>2.8) stosuje zasadę zachowania momentu pędu do analizy ruchu. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**
A2

## Zadanie 5.3. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>4.8) oblicza okresy obiegu planet i ich średnie odległości od gwiazdy, wykorzystując III prawo Keplera dla orbit kołowych. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu Chirona dookoła Słońca **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $T_C \approx 51\ \mathrm{lat}$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu Chirona dookoła Słońca, tzn.: wykorzystanie równania III prawa Keplera (dla Chirona i Ziemi) z uwzględnieniem okresów obiegu Chirona i Ziemi dookoła Słońca, półosi wielkiej orbity Chirona, promienia orbity Ziemi **oraz** poprawna metoda obliczenia długości półosi wielkiej orbity eliptycznej Chirona, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \qquad \text{oraz} \qquad 2a_C = r_P + r_A$$

albo

$$\frac{T_C^2}{\left(\frac{8{,}5\ \mathrm{au} + 18{,}9\ \mathrm{au}}{2}\right)^3} = \frac{(1\ \mathrm{rok})^2}{(1\ \mathrm{au})^3}$$

1 pkt – zapisanie równania III prawa Keplera (dla Chirona i Ziemi) z uwzględnieniem (np. poprzez oznaczenia lub wartości danych liczbowych) okresów obiegu Chirona i Ziemi dookoła Słońca, półosi wielkiej orbity Chirona, promienia orbity Ziemi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \qquad \text{albo} \qquad \frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{(1\ \mathrm{rok})^2}{(1\ \mathrm{au})^3}$$

***LUB***

– poprawna metoda obliczenia długości półosi wielkiej orbity eliptycznej Chirona, np. zapisy równoważne poniższym:

$$2a_C = r_P + r_A$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Chiron oraz Ziemia obiegają Słońce – wspólne centrum grawitacyjne. Zatem okres obiegu Chirona dookoła Słońca obliczymy z III prawa Keplera:

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \rightarrow \quad T_C = \sqrt{\left(\frac{a_C}{a_Z}\right)^3} \cdot T_Z$$

gdzie $a_C$ jest długością półosi wielkiej dla okołosłonecznej, eliptycznej orbity Chirona, $a_Z$ jest promieniem dla okołosłonecznej, kołowej orbity Ziemi, $T_C$ i $T_Z$ są okresami obiegu – odpowiednio – Chirona i Ziemi dookoła Słońca.

Obliczymy $a_C$:

$$a_C = \frac{r_P + r_A}{2} \qquad \rightarrow \qquad a_C = \frac{8{,}5\ \mathrm{au} + 18{,}9\ \mathrm{au}}{2} = 13{,}7\ \mathrm{au}$$

Podstawimy dane do równania wynikającego z III prawa Keplera:

$$T_C = \sqrt{\left(\frac{13{,}7\ \mathrm{au}}{1\ \mathrm{au}}\right)^3} \cdot 1\ \mathrm{rok} \approx 51\ \mathrm{lat}$$

## Zadanie 6.1. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków. | Zdający:<br>5.2) opisuje przemianę izotermiczną, izobaryczną i izochoryczną;<br>5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego;<br>5.6) oblicza zmianę energii wewnętrznej w przemianach izobarycznej i izochorycznej oraz pracę wykonaną w przemianie izobarycznej;<br>5.8) analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

PFP

## Zadanie 6.2. (0–4)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków. | Zdający:<br>5.1) […] stosuje równanie gazu doskonałego (Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu;<br>5.2) opisuje przemianę izotermiczną, izobaryczną i izochoryczną;<br>5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego. |

**Zasady oceniania**

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

**Warunek VB** [wyznaczenie $V_B$]:
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów $B$ i $A$ **lub** stwierdzenie (słownie bądź zapisem matematycznym) że przemiana $A \to B$ jest izochoryczna **oraz** wyznaczenie (poprzez $V_1$) prawidłowej objętości gazu w stanie $B$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{3p_1V_B}{3T_1} \quad \text{lub} \quad V_A = V_B \quad \text{lub} \quad A \to B \ \text{jest izochoryczna}\right) \quad \text{oraz} \quad V_B = V_1$$

**Warunek VC** [wyznaczenie $V_C$]:
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów $C$ i $A$ lub skorzystanie z własności przemiany izobarycznej ($V \propto T$) **oraz** wyznaczenie (poprzez $V_1$) prawidłowej objętości gazu w stanie $C$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_1V_C}{3T_1} \quad \text{lub} \quad V \propto T \quad \text{lub} \quad C \to A \ \text{jest izobaryczna}\right) \quad \text{oraz} \quad V_C = 3V_1$$

**Warunek VX1** [wyznaczenie $V_X$ sposobem 1.]:
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów $X$ i $A$ **oraz** wyznaczenie (poprzez $V_1$) prawidłowej objętości gazu w stanie $X$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{2p_1V_X}{3T_1} \qquad \text{oraz} \qquad V_X = \frac{3}{2}V_1$$

**Warunek 2_równania:**
zapisanie dwóch równań wynikających z równań Clapeyrona dla par stanów: $B$ i $A$ lub $C$ i $A$ lub $X$ i $A$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\text{dwa równania spośród:} \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_BV_B}{T_B} \quad \text{lub} \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_CV_C}{T_C} \quad \text{lub} \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_XV_X}{T_X}$$

**Warunek Punkty_ABC:**
poprawne zaznaczenie na wykresie $(V,\ p)$ stanów $A$, $B$, $C$ (niezależnie od poprawności linii łączących stany lub ich braku, nie musi być żadnych obliczeń).

**Warunek Wykres_ABCX**
poprawne zaznaczenie na wykresie $(V,\ p)$ stanów $A$, $B$, $C$, $X$ **oraz** narysowanie poprawnej zależności ciśnienia $p$ od objętości $V$ (z uwzględnieniem kształtu izotermy, tzn. łuku przechodzącego przez punkt $X$ w cyklu przemian $A \to B \to C \to A$).

**Warunek VX2** [wyznaczenie $V_X$ sposobem 2.]
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów $X$ i $B$ lub skorzystanie z własności przemiany izotermicznej ($V \propto \frac{1}{p}$) **oraz** wyznaczenie (poprzez $V_1$) prawidłowej objętości gazu w stanie $X$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(p_BV_B = p_XV_X \quad \text{lub} \quad V \propto \frac{1}{p} \quad \text{lub} \quad B \to X \ \text{jest izotermiczna}\right) \quad \text{oraz} \quad V_X = \frac{3}{2}V_1$$

**Warunek VX3** [wyznaczenie $V_X$ sposobem 3.]
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów $X$ i $C$ lub skorzystanie z własności przemiany izotermicznej ($V \propto \frac{1}{p}$) **oraz** wyznaczenie (poprzez $V_1$) prawidłowej objętości gazu w stanie $X$, np. zapisy równoważne poniższym:

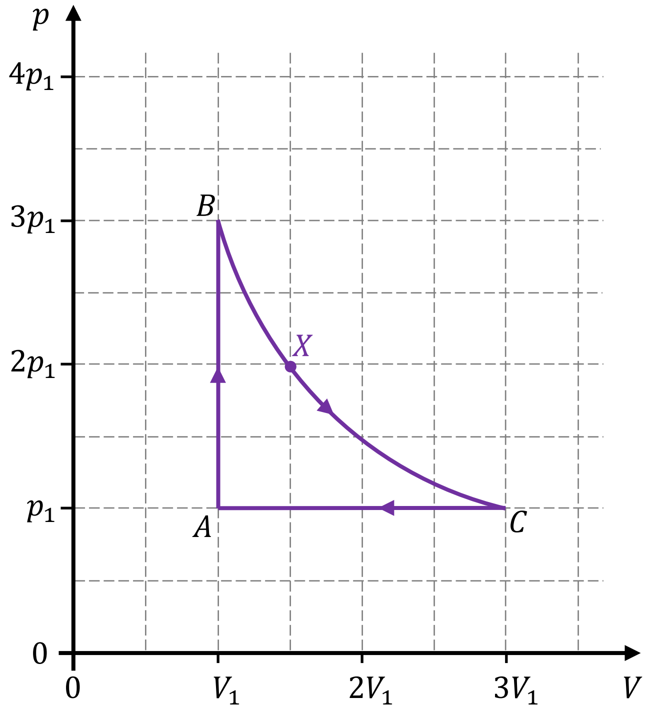
$$\left(p_C V_C = p_X V_X \quad \text{lub} \quad V \propto \frac{1}{p} \quad \text{lub} \quad X \to C \text{ jest izotermiczna}\right) \quad \text{oraz} \quad V_X = \frac{3}{2} V_1$$

Schemat punktowania
4 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**) **oraz** warunku **Wykres_ABCX.**
3 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku **Punkty_ABC**
***LUB***
– spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**)
***LUB***
– spełnienie warunku **Wykres_ABCX** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**)
2 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC**
***LUB***
– spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2**)
***LUB***
– spełnienie warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX3**)
***LUB***
– spełnienie warunku **Wykres_ABCX** (bez spełnienia innych warunków, bez żadnych obliczeń)
***LUB***
– spełnienie warunku **Punkty_ABC** **oraz** warunku (**VB** lub **VC**)
1 pkt – spełnienie warunku **VB**
***LUB***
– spełnienie warunku **VC**
***LUB***
– spełnienie warunku **VX1**
***LUB***
– spełnienie warunku **2_równania**
***LUB***
– spełnienie warunku **Punkty_ABC** (bez spełnienia innych warunków, bez żadnych obliczeń)
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Uwaga dodatkowa**
Warunek **Wykres_ABCX** nie będzie uznany jako spełniony, jeżeli zamiast linii w postaci łuku łączącego punkty $BXC$, będzie to krzywa łamana złożona z odcinków prostych $BX$ oraz $XC$.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Wykres 2.




Stan $A$ ma na wykresie współrzędne:

$$A = (V_A;\ p_A) = (V_1;\ p_1)$$

Współrzędne stanu $B = (V_B;\ p_B)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą $V_1$ i $p_1$.
Z równań Clapeyrona dla stanów $A$ i $B$ oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B} \qquad \text{gdzie} \qquad (p_B = 3p_1 \quad \text{oraz} \quad T_B = 3T_1) \qquad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{3p_1 V_B}{3T_1} \quad \to \quad \boldsymbol{V_B = V_1} \quad \to \quad B = (V_B;\ p_B) = (V_1; 3p_1)$$

Współrzędne stanu $C = (V_C;\ p_C)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą $V_1$ i $p_1$. Z równań Clapeyrona dla stanów $A$ i $C$ oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_C V_C}{T_C} \qquad \text{gdzie} \qquad (p_C = p_1 \quad \text{oraz} \quad T_C = 3T_1) \qquad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1 V_C}{3T_1} \quad \to \quad \boldsymbol{V_C = 3V_1} \quad \to \quad C = (V_C;\ p_C) = (3V_1;\ p_1)$$

Dalej wyznaczymy objętość $V_X$ stanu $X$. Można to zrobić na trzy różne sposoby.

Sposób 1. wyznaczenia $V_X$

Współrzędne stanu $X = (V_X;\ p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą $V_1$ i $p_1$. Z równań Clapeyrona dla stanów $A$ i $X$ oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_X V_X}{T_X} \quad \text{gdzie} \quad (p_X = 2p_1 \ \text{ oraz } \ T_X = 3T_1) \quad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{2p_1 V_X}{3T_1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_X = \frac{3}{2}V_1} \quad \rightarrow \quad X = (V_X;\ p_X) = \left(\frac{3}{2}V_1;\ 2p_1\right)$$

Sposób 2. wyznaczenia $V_X$

Współrzędne stanu $X = (V_X;\ p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą $V_1$ i $p_1$. Z równań Clapeyrona dla stanów $B$ i $X$ oraz z wykresu 1. oraz z własności przemiany izotermicznej $B \rightarrow C$ wynika, że:

$$p_B V_B = p_X V_X \quad \text{gdzie} \quad (p_B = 3p_1 \ \text{ oraz } \ V_B = V_1 \ \text{ oraz } \ p_X = 2p_1) \quad \text{zatem}$$

$$3p_1 V_1 = 2p_1 V_X \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_X = \frac{3}{2}V_1} \quad \rightarrow \quad X = (V_X;\ p_X) = \left(\frac{3}{2}V_1;\ 2p_1\right)$$

Sposób 3. wyznaczenia $V_X$

Współrzędne stanu $X = (V_X;\ p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą $V_1$ i $p_1$. Z równań Clapeyrona dla stanów $C$ i $X$ oraz z wykresu 1. oraz z własności przemiany izotermicznej $B \rightarrow C$ wynika, że:

$$p_C V_C = p_X V_X \quad \text{gdzie} \quad (p_C = p_1 \ \text{ oraz } \ V_C = 3V_1 \ \text{ oraz } \ p_X = 2p_1) \quad \text{zatem}$$

$$p_1 \cdot 3V_1 = 2p_1 V_X \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_X = \frac{3}{2}V_1} \quad \rightarrow \quad X = (V_X;\ p_X) = \left(\frac{3}{2}V_1;\ 2p_1\right)$$

## Zadanie 6.3. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego;<br>5.6) oblicza zmianę energii wewnętrznej w przemianach izobarycznej i izochorycznej oraz pracę wykonaną w przemianie izobarycznej;<br>5.7) posługuje się pojęciem ciepła molowego w przemianach gazowych;<br>5.8) analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ciepła oddanego w cyklu **oraz** zapisanie poprawnego wyrażenia na ciepło oddane: $|Q_{CA}| = 5nRT_1$

1 pkt – identyfikacja ciepła oddanego przez gaz jako ciepła wymienionego z otoczeniem w przemianie $C \rightarrow A$ **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej $C \rightarrow A$ a przyrostem temperatury $\Delta T_{CA}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$|Q_{odd}| = |Q_{CA}|$ oraz $|Q_{CA}| = |nC_p \Delta T_{CA}|$

***LUB***

– identyfikacja ciepła oddanego przez gaz jako ciepła wymienionego z otoczeniem w przemianie $C \rightarrow A$ **oraz** zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $C \rightarrow A$ z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków energii lub z poprawnym zastosowaniem wzoru na pracę albo zmianę energii wewnętrznej

$|Q_{odd}| = |Q_{CA}|$ oraz $(-|\Delta U_{CA}| = -|Q_{CA}| + |W_{CA}|$ lub $\Delta U_{CA} = Q_{CA} - p\Delta V$ lub $nC_V \Delta T_{CA} = Q_{CA} + W_{CA})$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

Sposób 1. (zastosowanie wzoru na ciepło w przemianie izobarycznej)

Obliczymy ciepło oddane przez gaz w cyklu. Gaz oddaje ciepło tylko w przemianie $C \rightarrow A$ (izobarycznej):

$$1)\quad Q_{odd} = Q_{CA}$$

Do wyznaczenia $|Q_{CA}|$ zastosujemy wzór na ciepło wymienione w przemianie izobarycznej:

$$2)\quad |Q_{CA}| = |nC_p \Delta T_{CA}|$$

Zastosujemy związek między ciepłem molowym przy stałej objętości a ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu:

$$3)\quad C_p = C_V + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

Do równania 2) podstawimy związek 3) oraz przyrost temperatury $\Delta T_{CA}$ odczytany z wykresu 1.:

$$4)\quad |Q_{CA}| = \left|n\frac{5}{2}R(T_1 - 3T_1)\right| = 5nRT_1$$

Sposób 2. (zastosowanie I zasady termodynamiki)

Obliczymy ciepło oddane przez gaz w cyklu. Gaz oddaje ciepło tylko w przemianie $C \rightarrow A$ (izobarycznej):

$$1)\quad Q_{odd} = Q_{CA}$$

Do wyznaczenia $|Q_{CA}|$ zastosujemy I zasadę termodynamiki. Zastosujemy konwencję, zgodnie z którą, gdy gaz traci energię w postaci pracy lub ciepła, to zapisujemy ją ze znakiem minus, a gdy zyskuje energię w postaci pracy lub ciepła, to zapisujemy ją ze znakiem plus.

Podczas sprężania izobarycznego gaz oddaje ciepło i zyskuje energię w postaci pracy. Ponadto uwzględnimy od razu, że zmiana energii wewnętrznej jest ujemna. Zapiszemy I zasadę termodynamiki:

$$2a)\quad -|\Delta U_{CA}| = -|Q_{CA}| + |W_{CA}| \quad \rightarrow \quad 2b)\quad |Q_{CA}| = |W_{CA}| + |\Delta U_{CA}|$$

W równaniu 2b) uwzględnimy wzór na pracę oraz energię wewnętrzną

$$3)\qquad |Q_{CA}| = p|\Delta V_{CA}| + nC_V|\Delta T_{CA}|$$

W równaniu 3) uwzględnimy równanie stanu gazu doskonałego:

$$4)\qquad |Q_{CA}| = nR|\Delta T_{CA}| + nC_V|\Delta T_{CA}|$$

Do równania 4) podstawimy ciepło $C_V = \frac{3}{2}R$ oraz przyrost temperatury $\Delta T_{CA}$ odczytany z wykresu 1.:

$$5)\qquad |Q_{CA}| = nR \cdot 2T_1 + n\frac{3}{2}R \cdot 2T_1 = 5nRT_1$$

## Zadanie 7.1. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków. | Zdający:<br>7.7) (G) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki, rozróżnia obrazy rzeczywiste, pozorne, proste, odwrócone, powiększone, pomniejszone.<br>10.8) rysuje i wyjaśnia konstrukcje tworzenia obrazów rzeczywistych i pozornych otrzymywane za pomocą soczewek skupiających i rozpraszających.<br>13.9) przeprowadza […] badań polegających na wykonaniu pomiarów, opisie i analizie wyników […] dotyczących: […] obrazów optycznych otrzymywanych za pomocą soczewek […]. |

**Zasady oceniania**
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**
PPF

## Zadanie 7.2. (0–3)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>7.7) (G) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki, rozróżnia obrazy rzeczywiste, pozorne, proste, odwrócone, powiększone, pomniejszone.<br>10.8) rysuje i wyjaśnia konstrukcje tworzenia obrazów rzeczywistych i pozornych otrzymywane za pomocą soczewek skupiających i rozpraszających. |

**Zasady oceniania**
Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

**Warunek S$_{\text{KONSTR}}$** – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia soczewki $S$ za pomocą promienia charakterystycznego biegnącego przez środek soczewki (w rozwiązaniu to promień oznaczony jako $P_1$).

**Warunek S$_{\text{BEZ}}$** – poprawne oznaczenie położenia soczewki $\mathrm{S}$ bez konstrukcji promieniem charakterystycznym.

**Warunek F$_{\text{KONSTR}}$** – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne lewego lub prawego ogniska soczewki za pomocą promienia charakterystycznego biegnącego równolegle do osi optycznej po prawej lub po lewej stronie poprawnie wyznaczonej soczewki i przechodzącego przez ognisko (w rozwiązaniu są to promienie oznaczone jako $P_3$ lub $P_2$).

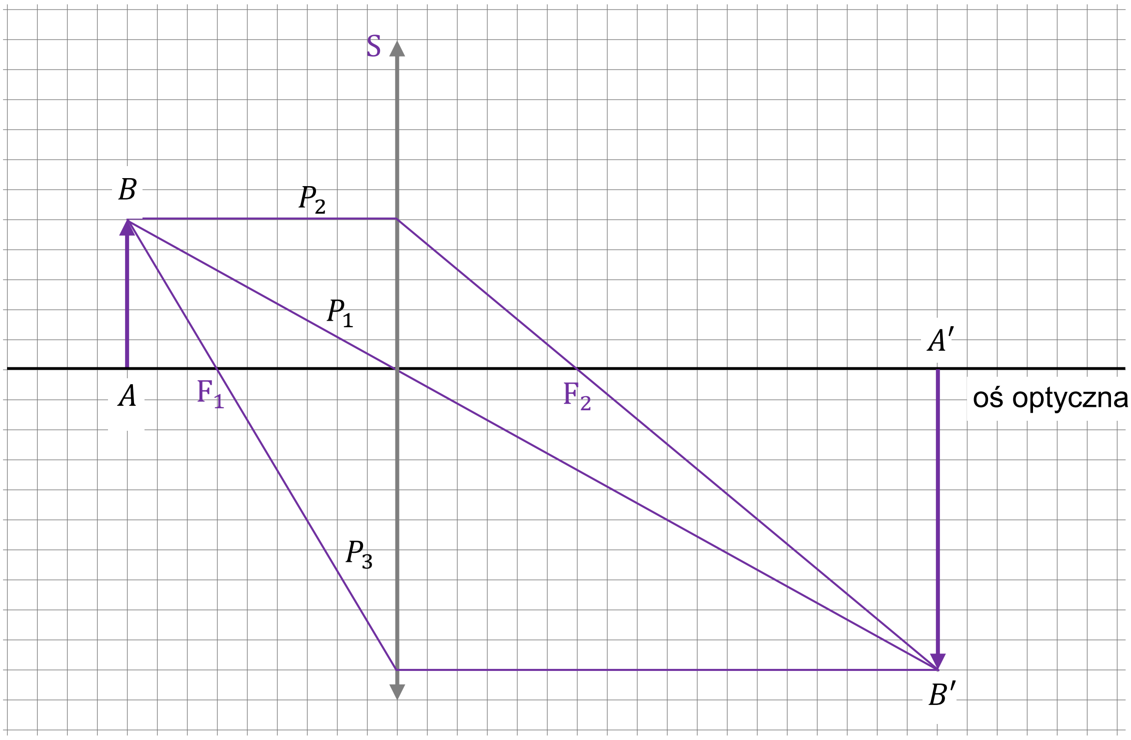
**Warunek F$_{\text{BEZ}}$** – poprawne oznaczenie położenia ogniska $\mathrm{F}$ bez konstrukcji promieniem charakterystycznym.

**Warunek f** – wpisanie prawidłowej wartości liczbowej dla ogniskowej.

Schemat punktowania
3 pkt – spełnienie warunku **S$_{\text{KONSTR}}$** **oraz** warunku **F$_{\text{KONSTR}}$** **oraz** warunku **f**.
2 pkt – spełnienie warunku **S$_{\text{KONSTR}}$** **oraz** warunku **F$_{\text{KONSTR}}$**
***LUB***
– spełnienie warunku **S$_{\text{BEZ}}$** **oraz** warunku **F$_{\text{KONSTR}}$** **oraz** warunku **f**
***LUB***
– spełnienie warunku **S$_{\text{KONST}}$** **oraz** warunku **F$_{\text{BEZ}}$** **oraz** warunku **f**
1 pkt – spełnienie warunku **S$_{\text{KONSTR}}$**
***LUB***
– spełnienie warunku **S$_{\text{BEZ}}$** **oraz** warunku **F$_{\text{KONSTR}}$**
***LUB***
– spełnienie warunku **S$_{\text{BEZ}}$** **oraz** warunku **f**.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Uwaga dodatkowa!**
Nie ocenia się zapisów w brudnopisie pod zadaniem (np. niekonstrukcyjnych, algebraicznych sposobów wyznaczenia odległości przedmiotu i obrazu od soczewki lub wyznaczenia ogniskowej).

**Przykładowe pełne rozwiązanie**




$f = \dots 6 \dots$ cm

## Zadanie 8. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>9.1) szkicuje przebieg linii pola magnetycznego w pobliżu magnesów trwałych i przewodników z prądem (przewodnik liniowy, pętla, zwojnica);<br>9.2) oblicza wektor indukcji magnetycznej wytworzonej przez przewodniki z prądem (przewodnik liniowy, pętla, zwojnica). |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawne oznaczenie, w którą stronę płynie prąd w przewodniku **oraz** narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie $P_2$ o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości równej 2 umowne jednostki wartości indukcji magnetycznej.

2 pkt – poprawne oznaczenie, w którą stronę płynie prąd w przewodniku **oraz** narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie $P_2$ o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości mniejszej od 8 umownych jednostek wartości indukcji magnetycznej (ale różnej od poprawnej wartości 2 jednostek)

***LUB***

– narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie $P_2$ o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości równej 2 umowne jednostki wartości indukcji magnetycznej.

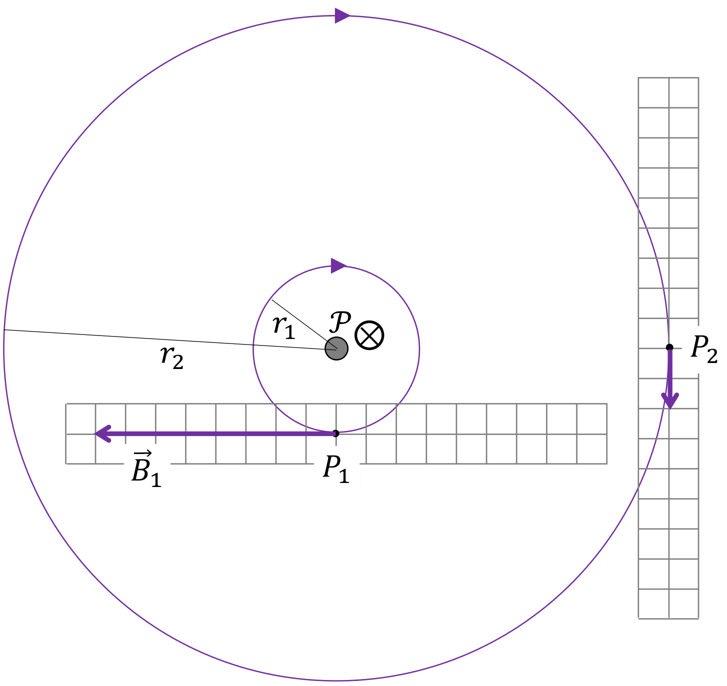
1 pkt – poprawne oznaczenie, w którą stronę płynie prąd w przewodniku

***LUB***

– narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie $P_2$ o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości mniejszej od 8 umownych jednostek wartości indukcji magnetycznej (ale różnej od poprawnej wartości 2 jednostek).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Pełne rozwiązanie**



## Zadanie 9.1. (0–1)

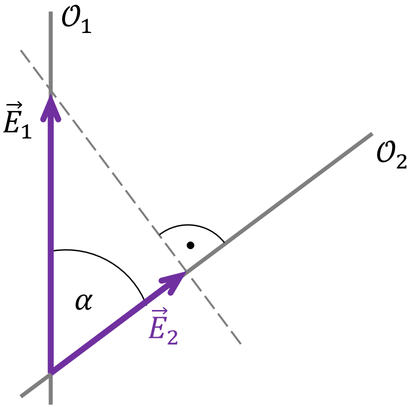
| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>1.1) […] wykonuje działania na wektorach ([…] rozkładanie na składowe).<br>2.2) posługuje się pojęciem natężenia pola elektrostatycznego.<br>7.1) (G) porównuje (wymienia cechy wspólne i różnice) rozchodzenie się fal mechanicznych i elektromagnetycznych.<br>10.5) opisuje i wyjaśnia zjawisko polaryzacji światła przy odbiciu i przy przejściu przez polaryzator. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – narysowanie wektora $\vec{E}_2$ o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i prawidłowej wartości.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Rozwiązanie**




## Zadanie 9.2. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>1.1) […] wykonuje działania na wektorach ([…] rozkładanie na składowe).<br>2.2) posługuje się pojęciem natężenia pola elektrostatycznego.<br>7.1) (G) porównuje (wymienia cechy wspólne i różnice) rozchodzenie się fal mechanicznych i elektromagnetycznych.<br>10.5) opisuje i wyjaśnia zjawisko polaryzacji światła przy odbiciu i przy przejściu przez polaryzator. |

**Zasady oceniania**
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**
PPP

## Zadanie 10. (0–3)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.<br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>2.3) (G) opisuje wpływ wykonanej pracy na zmianę energii.<br>3.1) oblicza pracę siły na danej drodze;<br>3.2) oblicza wartość energii kinetycznej […];<br>3.3) wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczania parametrów ruchu.<br>7.11) analizuje ruch cząstki naładowanej w stałym jednorodnym polu elektrycznym. |

**Zasady oceniania**
3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości elektronu w punkcie $B$ oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_B \approx 2{,}30 \cdot 10^4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
2 pkt – zapisanie/wykorzystanie związku wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej **oraz** zapisanie/wykorzystanie wyrażenia na energię kinetyczną **oraz** zapisanie/wykorzystanie wyrażenia na pracę siły elektrycznej **oraz** poprawne zidentyfikowanie/uwzględnienie (za pomocą symbolu lub wartości liczbowej) wszystkich danych, np. zapisy równoważne poniższemu:

$$|q_e|U_{AB} = \frac{1}{2}m_e v_B^2$$

1 pkt – zapisanie związku wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej (tu elektrycznej) i zmianie energii kinetycznej, np. zapisy równoważne poniższym:

$W_{F_{el}} = \Delta E_{kin}$ lub $W_{F_{el}} = E_{kin} - 0$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**
Z twierdzenia o pracy siły wypadkowej (w tym przypadku jest to siła elektryczna) i zmianie energii kinetycznej wynika, że praca siły elektrycznej działającej na elektron jest równa zmianie energii kinetycznej, jaką uzyskał elektron rozpędzony od zerowej prędkości:

$$1)\quad |q_e|U_{AB} = E_{kinB} - E_{kinA} \quad \rightarrow \quad |q_e|U_{AB} = E_{kinB}$$

Zastosujemy wzór na energię kinetyczną:

$$2)\quad E_{kinB} = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Ze wzorów 1) i 2) otrzymujemy, że:

$$3)\quad |q_e|U_{AB} = \frac{1}{2}m_e v_B^2 \qquad \rightarrow \qquad 4)\quad v_B = \sqrt{\frac{2|q_e|U_{AB}}{m_e}}$$

Podstawimy dane do wzoru 4) i obliczymy prędkość $v_B$:

$$5)\quad v_B = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}\cdot 1{,}5\cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}}{9{,}109\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}}} = 2{,}2969\ldots\cdot 10^{4}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}30\cdot 10^{4}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

## Zadanie 11.1. (0–1)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>6.4) (G) posługuje się pojęciami: […] częstotliwości, prędkości i długości fali do opisu fal harmonicznych oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami.<br>2.3) (P) opisuje budowę atomu wodoru, stan podstawowy i stany wzbudzone;<br>2.5) (P) interpretuje zasadę zachowania energii przy przejściach elektronu między poziomami energetycznymi w atomie z udziałem fotonu.<br>11.3) stosuje zasadę zachowania energii do wyznaczenia częstotliwości promieniowania emitowanego i absorbowanego przez atomy. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**
B1

## Zadanie 11.2. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.<br><br>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>2.3) (P) opisuje budowę atomu wodoru, stan podstawowy i stany wzbudzone.<br>11.2) stosuje zależność między energią fotonu a częstotliwością i długością fali […];<br>11.3) stosuje zasadę zachowania energii do wyznaczenia częstotliwości promieniowania emitowanego i absorbowanego przez atomy. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii emitowanego fotonu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w $\mathrm{eV}$:

$E_{42} = 2{,}55\ \mathrm{eV}$

2 pkt – zapisanie zasady zachowania energii z uwzględnieniem energii atomu wodoru w stanie $n = 4$, w stanie $n = 2$ i energii $E_{42}$ emitowanego fotonu **oraz** zastosowanie wzorów na energie atomu wodoru w stanie $n = 4$ i w stanie $n = 2$, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{42} = \dfrac{E_1}{4^2} - \dfrac{E_1}{2^2}$ lub $E_{42} = -13{,}6\ \mathrm{eV} \cdot \left(\dfrac{1}{4^2} - \dfrac{1}{2^2}\right)$

1 pkt – zapisanie zasady zachowania energii dla układu atom – foton z uwzględnieniem (poprzez oznaczenie) energii atomu wodoru w stanie $n = 4$, energii atomu wodoru w stanie $n = 2$ i energii emitowanego fotonu (oznaczonej jako np. $E_{42}$ lub $E_{fot}$), np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{42} = E_4 - E_2$ lub $E_4 = E_2 + E_{42}$

***LUB***

– poprawne obliczenie energii atomu wodoru w stanie $n = 4$ albo w stanie $n = 2$, np. zapisy równoważne poniższym:

wystarczy zapis $E_4 \approx -0{,}85\ \mathrm{eV}$ lub akceptowalny zapis $E_4 = -\dfrac{13{,}6}{4^2}\ \mathrm{eV}$

albo

wystarczy zapis $E_2 \approx -3{,}4\ \mathrm{eV}$ lub akceptowalny zapis $E_2 = -\dfrac{13{,}6}{2^2}\ \mathrm{eV}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Energię atomu wodoru w stanie $n = 4$ oznaczymy jako $E_4$, a energię atomu wodoru w stanie $n = 2$ oznaczymy jako $E_2$. Energię emitowanego fotonu oznaczymy jako $E_{42}$.

Wykorzystamy zasadę zachowania energii dla układu atom – foton. Zgodnie z powyższymi oznaczeniami oraz zgodnie z założeniem zadania energia układu w stanie początkowym jest równa energii układu w stanie końcowym (energię kinetyczną odrzutu atomu pomijamy):

$$1)\quad E_4 = E_2 + E_{42} \quad \rightarrow$$

$$2)\quad E_{42} = E_4 - E_2$$

Wykorzystamy wzór na energię atomu wodoru znajdującego się na $n$-tym poziomie (stanie) energetycznym:

$$3)\quad E_{42} = \frac{E_1}{4^2} - \frac{E_1}{2^2} \quad \rightarrow$$

$$4)\quad E_{42} \approx \frac{-13{,}6\ \mathrm{eV}}{4^2} - \frac{-13{,}6\ \mathrm{eV}}{2^2} = 2{,}551\ \ldots\ \mathrm{eV} \approx 2{,}55\ \mathrm{eV}$$

## Zadanie 12.1. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie. | Zdający:<br>3.1) (P) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; podaje skład jądra atomowego na podstawie liczby masowej i atomowej;<br>3.3) (P) […] opisuje rozpady alfa […];<br>3.5) (P) opisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku oraz zasadę zachowania energii. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu α jądra plutonu ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej **oraz** zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka, którego jądro powstaje: ${}^{234}_{92}\mathrm{U}$ albo $\mathrm{U}$ albo *uran*

1 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu α jądra plutonu ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej powstałego jądra

***LUB***

– poprawne zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka X: *uran* albo $\mathrm{U}$ albo ${}^{234}_{92}\mathrm{U}$

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

**Pełne rozwiązanie**

Sposób 1.

$${}^{238}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{X} + \alpha$$

symbol (lub nazwa) pierwiastka X: ${}^{234}_{92}\mathrm{U}$

Sposób 2.

$${}^{238}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{X} + \alpha$$

symbol (lub nazwa) pierwiastka X: $\mathrm{U}$

Sposób 3.

$${}^{238}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{X} + \alpha$$

symbol (lub nazwa) pierwiastka X: *uran*

## Zadanie 12.2. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.<br><br>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków. | Zdający:<br>3.3) (P) […] opisuje rozpady alfa […].<br>1.10) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do obliczania prędkości ciał podczas […] zjawiska odrzutu.<br>3.2) oblicza wartość energii kinetycznej […]. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu energii kinetycznych jądra X i cząstki α **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego: $\frac{E_{kin\,X}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{1}{58{,}5}$ albo $\frac{E_{kin\,X}}{E_{kin\,\alpha}} \approx 0{,}017$

2 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu układu (przed i po rozpadzie jądra $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$) z uwzględnieniem wartości pędów jądra X i cząstki α i z uwzględnieniem zwrotów prędkości/pędów jądra X i cząstki α **oraz** poprawne zapisanie stosunku energii kinetycznych jądra X i cząstki α z uwzględnieniem wzorów na energie kinetyczne, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_X v_X - m_\alpha v_\alpha = 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{E_{kin\,X}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{m_X v_X^2}{m_\alpha v_\alpha^2}$$

albo

$$p_X - p_\alpha = 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{E_{kin\,X}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{p_X^2}{2m_X}}{\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}}$$

1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu układu (przed i po rozpadzie jądra $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$) z uwzględnieniem wartości pędów jądra X i cząstki α i z uwzględnieniem zwrotów prędkości/pędów jądra X i cząstki α, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_X v_X - m_\alpha v_\alpha = 0 \ (\text{lub } m_X v_X = m_\alpha v_\alpha) \quad \text{albo} \quad p_X - p_\alpha = 0 \ (\text{lub } p_X = p_\alpha)$$

***LUB***

– poprawne zapisanie stosunku energii kinetycznych jądra X i cząstki α z uwzględnieniem wzorów na energie kinetyczne, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{E_{kin\,X}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{m_X v_X^2}{2}}{\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}} \quad \text{albo} \quad \frac{E_{kin\,X}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{p_X^2}{2m_X}}{\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

Sposób 1.

Zapiszemy wyrażenie pozwalające wyznaczyć iloraz energii kinetycznych jądra $\mathrm{X}$ i cząstki $\alpha$:

$$1)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{1}{2}m_\mathrm{X}v_\mathrm{X}^2}{\frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2} = \frac{m_\mathrm{X}v_\mathrm{X}^2}{m_\alpha v_\alpha^2}$$

Obliczymy stosunek prędkości tych jąder. W tym celu skorzystamy z zasady zachowania pędu. Pęd układu przed rozpadem (pęd jądra $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$) jest równy zero, a pęd układu po rozpadzie jest równy wektorowej sumie pędów jądra $\mathrm{X}$ i cząstki $\alpha$:

$$2)\quad \vec{p}_{\mathrm{Pu}} = \vec{p}_\mathrm{X} + \vec{p}_\alpha \quad\rightarrow\quad 3)\;\; 0 = m_\mathrm{X}v_\mathrm{X} - m_\alpha v_\alpha \quad\rightarrow\quad 4)\;\; \frac{v_\mathrm{X}}{v_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_\mathrm{X}}$$

Równanie uzyskane w pkt 4) podstawimy do wzoru w pkt 1) i w ten sposób wyznaczymy stosunek energii kinetycznych jądra $\mathrm{X}$ i cząstki $\alpha$ w zależności od ich mas:

$$5)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{m_\mathrm{X}}{m_\alpha}\cdot\left(\frac{v_\mathrm{X}}{v_\alpha}\right)^2 = \frac{m_\mathrm{X}}{m_\alpha}\cdot\left(\frac{m_\alpha}{m_\mathrm{X}}\right)^2 = \frac{m_\alpha}{m_\mathrm{X}}$$

Do prawej strony równania podstawimy dane liczbowe:

$$6)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{1}{58{,}5} \approx 0{,}017$$

Sposób 2.

Zapiszemy wyrażenie pozwalające wyznaczyć iloraz energii kinetycznych jądra $\mathrm{X}$ i cząstki $\alpha$:

$$1)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{p_\mathrm{X}^2}{2m_\mathrm{X}}}{\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}}$$

Skorzystamy z zasady zachowania pędu. Pęd układu przed rozpadem jest równy zero, a pęd układu po rozpadzie jest równy wektorowej sumie pędów jądra $\mathrm{X}$ i cząstki $\alpha$:

$$2)\quad \vec{p}_{\mathrm{Pu}} = \vec{p}_\mathrm{X} + \vec{p}_\alpha \quad\rightarrow\quad 3)\;\; 0 = p_\mathrm{X} - p_\alpha \quad\rightarrow\quad 4)\;\; p_\mathrm{X} = p_\alpha$$

Równanie uzyskane w pkt 4) wykorzystamy we wzorze w pkt 1) i w ten sposób wyznaczymy stosunek energii kinetycznych jądra $\mathrm{X}$ i cząstki $\alpha$ w zależności od ich mas:

$$5)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{p_\mathrm{X}^2}{2m_\mathrm{X}}}{\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}} = \frac{\frac{1}{2m_\mathrm{X}}}{\frac{1}{2m_\alpha}} = \frac{m_\alpha}{m_\mathrm{X}}$$

Do prawej strony równania podstawimy dane liczbowe:

$$6)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{1}{58{,}5} \approx 0{,}017$$

## Zadanie 12.3. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.<br><br>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk. | Zdający:<br>2.2) (G) posługuje się pojęciem […] mocy.<br>3.1) (P) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop […];<br>3.4) (P) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego, posługując się pojęciem czasu połowicznego rozpadu; rysuje wykres zależności liczby jąder, które uległy rozpadowi od czasu […]. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia $P_t$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących: $P_t \approx 71\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$

2 pkt – poprawne zapisanie jednego równania, z którego bezpośrednio można obliczyć $P_t$, wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego i warunku zadania **oraz** prawidłowe uwzględnienie wszystkich danych liczbowych w tym równaniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{P_t}{100\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{albo} \quad \frac{P_t}{100\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania prawa rozpadu promieniotwórczego (z uwzględnieniem poprzez oznaczenie czasu połowicznego rozpadu) **oraz** poprawne zapisanie/wykorzystanie warunku zadania o proporcjonalności mocy cieplnej do liczby jąder, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{N_t}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad \text{oraz} \quad \frac{P_t}{P_0} = \frac{N_t}{N_0}$$

albo (w jednym równaniu)

$$\frac{P_t}{P_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad \text{albo} \quad P(t) \propto \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

***LUB***

– obliczenie wartości wyrażenia $\frac{t}{T}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{t}{T} = \frac{44\ \text{lat}}{88\ \text{lat}} = \frac{1}{2}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Z prawa rozpadu promieniotwórczego wynika, że:

$$1)\quad \frac{N_t}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie $N_0$ jest liczbą jąder izotopu plutonu ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ w próbce w chwili $t_0 = 0$, a $N_t$ jest liczbą jąder izotopu plutonu ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ w próbce w chwili $t$. Ponieważ moc cieplna wytwarzana przez $\mathcal{Z}$ jest wprost proporcjonalna do liczby jąder izotopu plutonu ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ pozostających w $\mathcal{Z}$, to:

$$2)\quad \frac{P_t}{P_0} = \frac{N_t}{N_0}$$

Zatem równań 1) i 2) wynika, że

$$3)\quad \frac{P_t}{P_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Zgodnie z oznaczeniami w zadaniu oraz zgodnie z danymi, dla $t = 44\ \mathrm{lat}$ mamy:

$$4a)\quad \frac{P_t}{100\ \mathrm{J/s}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{44\ \mathrm{lat}}{88\ \mathrm{lat}}} \qquad \rightarrow \qquad 4b)\quad P_t = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$

Obliczenie potęgi wykonujemy na kalkulatorze (używając funkcji pierwiastka po zamianie potęgi na pierwiastek):

$$5)\quad P_t = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 100 \cdot 0{,}7071 \ldots \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} \approx 71\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$