CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-400, MFAP-R0-700, MFAP-R0-Q00, MFAP-R0-K00, MFAU-R0-100
Termin egzaminu:	20 maja 2025 r.
Data publikacji dokumentu:	27 czerwca 2025 r.

Ogólne zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych z fizyki

1. Jeżeli zdający poprawnie rozwiązał zadanie (użył poprawnej metody, uwzględnił warunki zadania, otrzymał poprawny wynik) metodą, której nie uwzględniały zasady oceniania (chodzi o jakościowo inną metodę – np. użycie prawa / wzoru / twierdzenia / metody rachunkowej spoza podstawy programowej – a nie metodę równoważną tym w zasadach oceniania), to otrzymuje maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli zdający poda w wyniku końcowym wartość wielkości fizycznej bez jednostki lub z błędną jednostką, to nie spełnia warunków określonych w zasadach oceniania na maksymalną liczbę punktów.
3. Ocenie podlegają te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia.
4. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
5. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
6. Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania zdający popełnia błąd rachunkowy (albo błąd przepisania wartości z danych albo wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne metody rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
7. Jeżeli w poleceniu jest dyspozycja o zapisaniu wyniku zaokrąglonego do pewnej liczby cyfr znaczących, to oznacza, że wynik musi być podany w postaci rozwinięcia dziesiętnego liczby i z określonym w poleceniu zaokrągleniem. Jeżeli w zadaniu <u>z takim poleceniem</u> zdający przedstawia wynik w postaci ułamka zwykłego, lub w postaci z występującym π lub np. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ albo podaje wynik ze zbyt dużą lub zbyt małą liczbą cyfr znaczących – to nie otrzymuje maksymalnej liczby punktów.
8. Wszelkie wzory / związki / zależności / relacje między wielkościami mogą być równoważnie zapisane za pomocą symboli lub za pomocą liczb, które to liczby są wartościami wielkości występujących w tych wzorach / związkach / zależnościach / relacjach.
9. Jeżeli w zasadach oceniania danego etapu rozwiązania wymienione jest, że zdający korzysta / uwzględnia / zapisuje dane związki / zależności / prawa / wzory, to mogą być one zapisane oddzielnie, albo nawet w jednym równaniu (o ile to możliwe).

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).

Zadanie 1.1. (0–2)

Wymagania określone w podstawie programowej[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: II.3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: […] prędkością i przyspieszeniem […]; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
FPF

Zadanie 1.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.16) (SP) opisuje spadek swobodny […]. I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2024 r. poz. 1019).

Zasady oceniania[2]
(dla rozwiązania sposobem 1. lub sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{0B} – wartości prędkości początkowej kulki K_B, tzn. poprawne zastosowanie równań ruchu dla kulek K_A i K_B (w układzie inercjalnym) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – zapisanie równania z którego <u>można bezpośrednio</u> obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z **oraz** zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć położenie kulki K_A wzdłuż osi y w chwili t_z, czyli rzędną punktu C w funkcji położenia początkowego kulki K_A, g i t_z **oraz** zapisanie równania (albo równań) pozwalającego wyznaczyć położenie kulki K_B wzdłuż osi y w chwili t_z, czyli rzędną punktu C w funkcji prędkości początkowej v_{0B} kulki K_B, g i t_z, np. zapisy równoważne poniższym:

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad y_{C\,(\mathrm{KA})} = 12 - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \text{oraz} \quad y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2$$

albo

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \quad \text{oraz} \quad y_{C\,(\mathrm{KA})} = 12 - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \text{oraz}$$

$$\left(y_{C\,(\mathrm{KB})} = \frac{v_{0B} + v_{C\,(\mathrm{KB})}}{2} \cdot t_z \quad \text{i} \quad v_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B} - gt_z \right)$$

1 pkt – zastosowanie równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla opisania położenia kulki K_A wzdłuż osi x: zapisanie równania z którego <u>można bezpośrednio</u> obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z zderzenia się kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_{C\,(\mathrm{KA})} = x_{A\,(\mathrm{KA})} + v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad \Delta x_{(\mathrm{KA})} = v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad t_z = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

LUB

– zastosowanie równania ruchu jednostajnie przyśpieszonego (w stronę przeciwną do zwrotu osi y) bez prędkości początkowej dla opisania położenia kulki K_A wzdłuż osi y: zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć rzędną punktu C w funkcji położenia początkowego kulki K_A, g i t_z, np. zapisy równoważne poniższym:

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = 12 - \frac{1}{2}gt_z^2$$

LUB

– zastosowanie równania (albo równań) ruchu jednostajnie opóźnionego (w stronę zwrotu osi y) dla opisania położenia kulki K_B wzdłuż osi y: zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć rzędną punktu C w funkcji prędkości początkowej v_{0B} kulki K_B, g i t_z, np. zapisy równoważne poniższym:

$$y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2 \quad \text{albo} \quad \left(y_{C\,(\mathrm{KB})} = \frac{v_{0B} + v_{C\,(\mathrm{KB})}}{2} \cdot t_z \quad \text{i} \quad v_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B} - gt_z \right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

---

[2] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki <u>w minimalnym stopniu</u>.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 3. lub sposobem 4.)

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA
Zauważenie, że ruch kulki K_B względem kulki K_A jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie współrzędnych (może być co do wartości bezwzględnej) prędkości względnej kulki K_B względem kulki K_A, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_{BAx} = -8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ,\quad v_{BAy} = v_{0B} \qquad \text{albo} \qquad \vec{v}_{BA} = \left[-8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,;\ v_{0B}\right]$$

albo opisowo

prędkość w poziomie kulki K_B względem K_A jest skierowana w lewo i ma stałą wartość $8\ \mathrm{m/s}$
prędkość w pionie kulki K_B względem K_A jest skierowana w górę i ma stałą wartość v_{0B}

Warunek PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE
Zauważenie, że ruch kulki K_B względem kulki K_A jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie współrzędnych (może być co do wartości bezwzględnej) przemieszczenia względnego kulki K_B względem kulki K_A, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta x_{BA} = -6\ \mathrm{m}\ ,\quad \Delta y_{BA} = 12\ \mathrm{m} \qquad \text{albo} \qquad \Delta\vec{r}_{BA} = [-6\ \mathrm{m}\,;12\ \mathrm{m}]$$

albo opisowo

przemieszczenie w poziomie kulki K_B względem K_A jest w lewo i ma wartość $6\ \mathrm{m}$
przemieszczenie w pionie kulki K_B względem K_A jest w górę i ma wartość $12\ \mathrm{m}$

Warunek PRĘDKOŚĆ_W_*NU*
Zauważenie, że w nieinercjalnym układzie odniesienia (*NU*) swobodnie spadającym pionowo (od chwili t_0) ruch obu kulek jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie prędkości obu kulek w tym układzie *NU*, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\vec{v}_{A\_NU} = \left[v_{Ax\_NU}\,;\ v_{Ay\_NU}\right] = \left[8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,;\ 0\right] \qquad \vec{v}_{B\_NU} = \left[v_{Bx\_NU}\,;\ v_{By\_NU}\right] = [0\,;\ v_{0B}]$$

albo opisowo

kulka K_A porusza się w spadającym układzie NU w prawo z prędkością $8\ \mathrm{m/s}$
kulka K_B porusza się w spadającym układzie NU w górę z prędkością v_{0B}

Warunek PRZEMIESZCZENIE_W_*NU*
Zauważenie, że w nieinercjalnym układzie odniesienia (*NU*) swobodnie spadającym pionowo (od chwili t_0) ruch obu kulek jest jednostajny prostoliniowy **oraz** określenie przemieszczenia obu kulek w tym układzie *NU*, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta\vec{r}_{A\_NU} = \left[\Delta x_{A\_NU}\,;\ \Delta y_{A\_NU}\right] = [6\ \mathrm{m}\,;\ 0] \qquad \Delta\vec{r}_{B\_NU} = \left[\Delta x_{B\_NU}\,;\ \Delta y_{B\_NU}\right] = [0;\ 12\ \mathrm{m}]$$

albo opisowo

kulka K_A w spadającym układzie NU przemieszcza się $6\ \mathrm{m}$ *w prawo*
kulka K_B w spadającym układzie NU przemieszcza się $12\ \mathrm{m}$ *w górę*

Schemat punktowania (dla rozwiązania sposobem 3. lub sposobem 4.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{0B} – wartości prędkości początkowej kulki K_B, tzn. poprawne zastosowanie równań ruchu dla kulek K_A i K_B (w układzie spoczynkowym kulki K_A lub w układzie swobodnie spadającym pionowo) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA** **oraz** warunku **PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE** **oraz** zastosowanie związków między przemieszczeniem względnym a prędkością względną kulki K_B względem kulki K_A (w obu kierunkach: poziomym i pionowym) i czasem ruchu do zderzenia kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \qquad \text{oraz} \qquad 12\ \mathrm{m} = v_{0B} \cdot t_z$$

LUB

– spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_W_*NU*** **oraz** warunku **PRZEMIESZCZENIE_W_*NU*** **oraz** zastosowanie związków między przemieszczeniem a prędkością i czasem (ruchu do zderzenia kulek) dla ruchu obu kulek w spadającym układzie odniesienia *NU*, np. zapisy równoważne poniższym:

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \qquad \text{oraz} \qquad 12\ \mathrm{m} = v_{0B} \cdot t_z$$

1 pkt – spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_WZGLĘDNA**

LUB

– spełnienie warunku **PRZEMIESZCZENIE_WZGLĘDNE**

LUB

– spełnienie warunku **PRĘDKOŚĆ_W_*NU***

LUB

– spełnienie warunku **PRZEMIESZCZENIE_W_*NU***

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 5.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia v_{0B} – wartości prędkości początkowej kulki K_B, tzn. poprawne zastosowanie zasady zachowania energii dla kulek K_A i K_B (w układzie inercjalnym) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$

2 pkt – zapisanie równania z którego można bezpośrednio obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z **oraz** zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_A w punktach A i C z uwzględnieniem wzoru z czasem na prędkość kulki K_A w punkcie C, **oraz** zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_B w punktach B i C z uwzględnieniem wzoru z czasem na prędkość kulki K_B w punkcie C, np. zapisy równoważne poniższym:

$$6\ \mathrm{m} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_z \qquad \text{oraz}$$

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_c \qquad \text{oraz}$$

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_c$$

1 pkt – zastosowanie równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla opisania położenia kulki K_A wzdłuż osi x: zapisanie równania z którego <u>można bezpośrednio</u> obliczyć czas ruchu kulki K_A od chwili t_0 do chwili t_z zderzenia się kulek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_{C\,(\mathrm{KA})} = x_{A\,(\mathrm{KA})} + v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad \Delta x_{(\mathrm{KA})} = v_{0A}t_z \quad \text{albo} \quad t_z = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

LUB

– zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_A w punktach A i C **oraz** uwzględnienie wzoru z czasem na prędkość kulki K_A w punkcie C, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_c$$

LUB

– zapisanie zasady zachowania energii dla kulki K_B w punktach B i C **oraz** uwzględnienie wzoru z czasem na prędkość kulki K_B w punkcie C, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_c$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania[3]

<u>Sposób 1.</u> (zastosowanie kinematycznych równań ruchu w układzie inercjalnym)

Ruch kulki K_A jest złożeniem ruchu jednostajnego prostoliniowego wzdłuż osi x i spadku swobodnego wzdłuż osi y. Zatem współrzędna prędkości kulki K_A wzdłuż osi x jest stała:

$$v_x = v_{0A}$$

Obliczymy czas t_z, mierzony od chwili t_0, po którym dochodzi do zderzenia kulek. Kulki zderzają się w punkcie C w chwili t_z. Z równania ruchu jednostajnego prostoliniowego wynika, że współrzędna x położenia kulki K_A w punkcie C w chwili t_z dana jest wzorem:

$$x_{C\,(\mathrm{KA})} = x_{A\,(\mathrm{KA})} + v_{0A}t_z \quad \text{zatem} \quad t_z = \frac{x_{C\,(\mathrm{KA})} - x_{A\,(\mathrm{KA})}}{v_{0A}} = \frac{6\ \mathrm{m} - 0\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}75\ \mathrm{s}$$

Współrzędna y położenia kulki K_A w chwili zderzenia w C – zgodnie z równaniem ruchu jednostajnie przyśpieszonego bez prędkości początkowej (ruchu w przeciwną stronę do zwrotu osi y) – dana jest wzorem:

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = y_{A\,(\mathrm{KA})} - \left|\Delta y_{(\mathrm{KA})}\right| = 12\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}gt_z^2$$

[3] Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania. Dodatkowe komentarze w rozwiązaniu zamieszczono w celach dydaktycznych.

Ruch kulki K_B jest rzutem pionowym w górę z prędkością początkową v_{0B}. Współrzędna y położenia kulki K_B w chwili zderzenia w C – zgodnie z równaniem ruchu jednostajnie opóźnionego – dana jest wzorem:

$$y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2$$

Porównamy ze sobą dwa powyższe wyrażenia opisujące rzędną punktu C:

$$12\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}gt_z^2 = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2 \qquad \rightarrow \qquad 12\ \mathrm{m} = v_{0B}t_z$$

Obliczymy v_{0B}:

$$v_{0B} = \frac{12\ \mathrm{m}}{0{,}75\ \mathrm{s}} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 2. (zastosowanie kinematycznych równań ruchu w układzie inercjalnym)

Obliczymy czas t_z, mierzony od chwili t_0, po którym dochodzi do zderzenia kulek. Kulki zderzają się w punkcie C. Ruch kulki K_A jest złożeniem ruchu jednostajnego prostoliniowego wzdłuż osi x i spadku swobodnego wzdłuż osi y. Przemieszczenie $\Delta x_{(\mathrm{KA})}$ kulki K_A wzdłuż x w czasie t_z dane jest wzorem:

$$\Delta x_{(\mathrm{KA})} = v_x t_z = v_{0A}t_z \qquad \text{zatem} \qquad t_z = \frac{\Delta x_{(\mathrm{KA})}}{v_{0A}} = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}75\ \mathrm{s}$$

Obliczymy współrzędną y położenia kulki K_A w chwili zderzenia w C. Wykorzystamy równanie ruchu jednostajnie przyśpieszonego (w przeciwną stronę do zwrotu osi y) bez prędkości początkowej:

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = y_{A\,(\mathrm{KA})} - |\Delta y_{(\mathrm{KA})}| = 12 - \frac{1}{2}gt_z^2 \qquad \rightarrow$$

$$y_{C\,(\mathrm{KA})} = 12\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}75^2\ \mathrm{s}^2 \approx 9{,}24\ \mathrm{m}$$

Obliczymy prędkość początkową kulki K_B. Ruch kulki K_B jest rzutem pionowym w górę z prędkością początkową v_{0B}. Wykorzystamy równanie ruchu jednostajnie opóźnionego:

$$y_{C\,(\mathrm{KB})} = v_{0B}t_z - \frac{1}{2}gt_z^2 \qquad \text{oraz} \qquad y_{C\,(\mathrm{KA})} = y_{C\,(\mathrm{KB})} \qquad \rightarrow$$

$$9{,}24\ \mathrm{m} = v_B\cdot 0{,}75\ \mathrm{s} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}75^2\ \mathrm{s}^2 \qquad \rightarrow$$

$$v_{0B} \approx 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 3. (zastosowanie równań opisujących ruch kulki K_B względem kulki K_A)

Zapiszemy wektorowe równania ruchu dla prędkości kulek K_A i K_B względem ziemi. Równania te rozpiszemy na współrzędne prędkości v_x oraz v_y (wektor przyśpieszenia ziemskiego jest zwrócony przeciwnie do zwrotu osi y, zatem jego współrzędna jest ujemna):

$$\vec{v}_A(t) = \vec{v}_{0A} + \vec{g}t \qquad \rightarrow \qquad \vec{v}_A(t) = \left[v_{Ax}(t)\,;\ v_{Ay}(t)\right] = [v_{0A};\ -gt]$$

$$\vec{v}_B(t) = \vec{v}_{0B} + \vec{g}t \qquad \rightarrow \qquad \vec{v}_B(t) = \left[v_{Bx}(t)\,;\ v_{By}(t)\right] = [0;\ v_{0B} - gt]$$

Obliczymy prędkość kulki K_B w układzie odniesienia kulki K_A, czyli obliczymy prędkość względną kulek. Następnie wyrazimy tę prędkość względną we współrzędnych:

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B(t) - \vec{v}_A(t) = [0 - v_{0A}\ ;\ \ (v_{0B} - gt) - (-gt)]$$

$$\vec{v}_{BA} = \left[v_{BAx}\ ;\ v_{BAy}\right] = [-v_{0A}\ ;\ v_{0B}] = \left[-8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ ;\ v_{OB}\right]$$

W związku z powyższym kulka K_B porusza się w układzie odniesienia kulki K_A ze stałą prędkością, której współrzędna pozioma wynosi $(-8\ \text{m/s})$ a pionowa v_{0B}. Z drugiej strony wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}_{AB}$ (do momentu zderzenia kulek) kulki K_B w układzie odniesienia kulki K_A ma współrzędne:

$$\Delta\vec{r}_{BA} = [\Delta x_{BA}\ ;\ \Delta y_{BA}] = [-6\ \text{m}\ ;12\ \text{m}]$$

Powyższe oznacza, że kulka K_B porusza się względem K_A po skosie do momentu zderzenia: $6\ \text{m}$ w lewo i $12\ \text{m}$ w górę. Zastosujemy równanie ruchu jednostajnego w wersji wektorowej:

$$\Delta\vec{r}_{BA} = \vec{v}_{BA} t_z \qquad \rightarrow \qquad [-6\ \text{m}\ ;12\ \text{m}] = \left[-8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot t_z\ ;\ v_{OB}\cdot t_z\right]$$

Równanie to rozpiszemy na współrzędne:

$$6\ \text{m} = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot t_z \quad \text{oraz} \quad 12\ \text{m} = v_{0B}\cdot t_z \quad \rightarrow \quad \frac{6\ \text{m}}{12\ \text{m}} = \frac{8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{v_{OB}} \quad \rightarrow \quad v_{OB} = 16\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 4. (zastosowanie równań ruchu kulki K_A i kulki K_B w układzie odniesienia, który spada swobodnie)

Rozważmy ruch obu kulek w nieinercjalnym, swobodnie spadającym pionowo układzie odniesienia *NU*. Załóżmy dalej, że układ *NU* rozpoczął spadanie w chwili t_0 – tej samej chwili, w której rzucono kulkę K_A.

Zauważmy, że układ odniesienia *NU* spada w z takim samym przyśpieszeniem ziemskim skierowanym w dół, z jakim poruszają się kulki K_A i K_B. W związku z tym, przyśpieszenia obu kulek względem spadającego układu *NU* wynoszą zero.

Ponieważ przyśpieszenia kulek w spadającym układzie odniesienia *NU* wynoszą zero, to kulki poruszają się w tym układzie *NU* ruchem jednostajnym prostoliniowym (mówimy, że względem układu *NU* kulki są w stanie nieważkości, jak np. w spadającej swobodnie windzie).

Zanotujmy ważne wnioski wynikające z powyższego rozważania:

- Ponieważ układ odniesienia *NU* rozpoczął spadanie w tej samej chwili t_0 co kulka K_A i spada razem z nią, to prędkość kulki K_A w *NU* ma tylko składową poziomą, równą prędkości początkowej K_A względem ziemi (pionowa składowa prędkości wynosi zero):

$$\vec{v}_{(\text{KA})\_NU} = \left[8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ ;\ 0\right]$$

- Prędkość kulki K_B w *NU* ma tylko składową pionową, równą prędkości początkowej kulki K_B względem ziemi (pozioma składowa tej prędkości wynosi zero):

$$\vec{v}_{(\text{KB})\_NU} = [0\ ;\ v_{OB}]$$

- Do momentu zderzenia kulka K_A przebywa w układzie odniesienia *NU* drogę (w poziomie) równą $\Delta x_{(\text{KA})\_NU} = 6\ \text{m}$, a kulka K_B przebywa w układzie odniesienia *NU* drogę (w pionie) równą $\Delta y_{(\text{KB})\_NU} = 12\ \text{m}$.

Z własności ruchu jednostajnego prostoliniowego (w układzie odniesienia *NU*) otrzymujemy:

$$t_{Az} = t_{Bz} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\Delta x_{(\mathrm{KA})\_NU}}{v_{(\mathrm{KA})\_NU}} = \frac{\Delta y_{(\mathrm{KB})\_NU}}{v_{(\mathrm{KB})\_NU}}$$

$$\frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{12\ \mathrm{m}}{v_{OB}} \qquad \rightarrow \qquad v_{0B} = 16\ \mathrm{m/s}$$

Sposób 5. (rozwiązanie z zastosowaniem zasady zachowania energii mechanicznej)

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla kulki K_A w punktach A i C oraz uwzględnimy wzór na prędkość kulki K_A w punkcie C:

$$\frac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \frac{mv_{(\mathrm{KA})C}^2}{2} + mgy_c \qquad \text{gdzie} \qquad v_{(\mathrm{KA})C}^2 = v_{0A}^2 + (gt_z)^2$$

Zapiszemy zasadę zachowania energii dla kulki K_B w punktach B i C oraz uwzględnimy wzór na prędkość kulki K_B w punkcie C:

$$\frac{mv_{0B}^2}{2} = \frac{mv_{(\mathrm{KB})C}^2}{2} + mgy_c \qquad \text{gdzie} \qquad v_{(\mathrm{KB})C} = v_{0B} - gt_z$$

Wyznaczymy t_z z wartości poziomych składowych prędkości i przemieszczenia kulki K_A:

$$t_z = \frac{\Delta x_{(\mathrm{KA})}}{v_{0A}} = \frac{6\ \mathrm{m}}{8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}75\ \mathrm{s}$$

Zapiszemy układ równań wynikający z powyższych zależności:

$$\begin{cases} \dfrac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \dfrac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + mgy_c \\ \dfrac{mv_{0B}^2}{2} = \dfrac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} + mgy_c \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases}$$

Rozwiążemy powyższy układ równań:

$$\begin{cases} \dfrac{mv_{0A}^2}{2} + mgh_A = \dfrac{m(v_{0A}^2 + (gt_z)^2)}{2} + \dfrac{mv_{0B}^2}{2} - \dfrac{m(v_{0B} - gt_z)^2}{2} \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{v_{0A}^2}{2} + gh_A = \dfrac{v_{0A}^2}{2} + \dfrac{(gt_z)^2}{2} + \dfrac{v_{0B}^2}{2} - \dfrac{v_{0B}^2 - 2v_{0B}gt_z + (gt_z)^2}{2} \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{v_{0A}^2}{2} + gh_A = \dfrac{v_{0A}^2}{2} + \dfrac{(gt_z)^2}{2} + \dfrac{v_{0B}^2}{2} - \dfrac{v_{0B}^2}{2} + v_{0B}gt_z - \dfrac{(gt_z)^2}{2} \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} h_A = v_{0B}t_z \\ t_z = 0{,}75\ \mathrm{s} \end{cases} \rightarrow \qquad v_{0B} = \frac{h_A}{t_z} = \frac{12\ \mathrm{m}}{0{,}75\ \mathrm{s}} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 2.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) […] posługuje się pojęciami […] momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami; III.5) […] oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy. II.20) […] wykorzystuje […] zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPF

Zadanie 2.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową dla sił działających w dowolnych kierunkach […]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.23) opisuje ruch ciał na równi pochyłej. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątowego oraz momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami. *ALBO* II.20) […] wykorzystuje […] zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. III.5) […] oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości a przyśpieszenia liniowego walca W2 poprzez g, β i k_2 **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na a:

$$a = \frac{\sin\beta}{1 + k_2} g$$

3 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań ruchu wyrażających II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i ruchu obrotowego (względem osi symetrii) walca W2 **oraz** uwzględnienie w tych równaniach poprawnych wyrażeń opisujących wartość siły wypadkowej działającej na walec W2 i wartość momentu siły działającego na W2, **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym i wzoru na moment bezwładności walca W2, **oraz** uwzględnienie (zob. uwaga poniżej) warunku, że siła tarcia nie osiągnęła wartości maksymalnej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma = mg\sin\beta - T \qquad \text{oraz} \qquad k_2 mR^2 \frac{a}{R} = RT$$

Uwaga! Spełnienie ostatniego warunku (po trzecim „oraz”) oznacza pozostawienie wartości siły tarcia T jako niewiadomej w układzie równań. Zdający nie spełnia powyższego kryterium, jeśli zapisze $T = \mu mg\cos\beta$.

LUB

– wyprowadzenie (z dynamicznych równań ruchu) i zapisanie prawidłowej postaci wzoru na a, **pomimo** błędnego określenia siły tarcia, jako takiej, która osiągnęła wartość maksymalną (tzn. z jedynym błędnym zapisem: $T = \mu mg\cos\beta$), np.:

(równania ruchu z błędnym zapisem $T = \mu mg\cos\beta$) $\rightarrow$ $a = \frac{\sin\beta}{1 + k_2} g$

2 pkt – poprawne zapisanie dwóch równań ruchu wyrażających II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i ruchu obrotowego (względem osi symetrii) walca W2 **oraz** uwzględnienie w tych równaniach poprawnych wyrażeń opisujących wartość siły wypadkowej działającej na walec W2 **oraz** wartość momentu siły działającego na W2, np. zapisy równoważne poniższym:

($ma = mg\sin\beta - T$ oraz $I_2\epsilon = RT$)

albo

($ma = Q_{\parallel} - T$ oraz $I_2\epsilon = RT$)

1 pkt – zapisanie dwóch równań ruchu wyrażających II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i ruchu obrotowego (względem osi symetrii) walca W2 (bez poprawnego rozpisania F_W i M_T), np. zapisy równoważne poniższym:

($ma = F_w$ oraz $I_2\epsilon = M_T$)

LUB

– zapisanie poprawnego wzoru na wartość siły wypadkowej działającej na walec W2 **oraz** zapisanie poprawnego wzoru na moment siły tarcia działający na walec W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_w = Q_{\parallel} - T$ oraz $M_T = RT$

LUB

– poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca W2 **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia opisującego wartość siły wypadkowej działającej na walec W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma = Q_{\parallel} - T$$

LUB

– poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca W2 względem osi symetrii, **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia opisującego wartość momentu siły działającego na W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_2\epsilon \ = RT$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda (zastosowanie zasady zachowania energii) wyznaczenia wartości a przyśpieszenia liniowego walca W2 poprzez g, β i k_2 **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na a:

$$a = \frac{\sin\beta}{1+k_2}g$$

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyśpieszenia liniowego walca z zasady zachowania energii, tzn. spełnienie warunków za 2 pkt **oraz** zastosowanie wzoru na moment bezwładności walca, **oraz** zastosowanie związku między prędkością a przyśpieszeniem i drogą (z wyeliminowanym czasem) w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k_2mR^2\frac{v^2}{R^2} \qquad \text{oraz} \qquad v^2 = 2as$$

albo

$$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}k_2v^2 \qquad \text{oraz} \qquad v^2 = 2as$$

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** poprawne zastosowanie wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca W2, energię kinetyczną ruchu obrotowego walca W2 i energię potencjalną walca W2, **oraz** zastosowanie związku między prędkością kątową walca a prędkością liniową walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_2\omega^2 \quad \text{oraz} \quad v = \omega R\right) \quad \text{albo} \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_2\frac{v^2}{R^2}$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** uwzględnienie (poprzez oznaczenie) w tym równaniu energii kinetycznych ruchu postępowego walca W2, ruchu obrotowego walca W2 i energii potencjalnej walca W2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{pot\ wal} = E_{kin\ wal\ post} + E_{kin\ wal\ obr}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 3.)

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości a przyśpieszenia liniowego walca W2 poprzez g, β i k_2 **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na a:

$$a = \frac{\sin\beta}{1+k_2} g$$

3 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca W2 względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia (z kątem β) opisującego moment siły działający na W2 (względem chwilowej osi obrotu), **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym, **oraz** uwzględnienie związku między I_{chw} a I_2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw}\epsilon = R \cdot mg\sin\beta \qquad \text{oraz} \qquad \epsilon = \frac{a}{R} \qquad \text{oraz} \qquad I_{chw} = I_2 + mR^2$$

albo (w jednym równaniu)

$$(I_2 + mR^2)\frac{a}{R} = R \cdot mg\sin\beta$$

2 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca W2 względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie w tym równaniu poprawnego wyrażenia (z kątem β) opisującego moment siły działający na W2 (względem chwilowej osi obrotu) **oraz** uwzględnienie (np. poprzez oznaczenie), że moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu <u>jest różny od I_2</u>, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw}\epsilon = R \cdot mg\sin\beta$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu (z oznaczeniem momentu siły ciężkości) wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem <u>chwilowej</u> osi obrotu (oś chwilowa musi być zidentyfikowana) **oraz** uwzględnienie (np. poprzez oznaczenie), że moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu <u>jest różny od I_2</u>, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_{chw}\epsilon = M_Q$$

LUB

– zapisanie poprawnego wzoru na moment siły względem chwilowej osi obrotu (ta oś chwilowa musi być zidentyfikowana) **oraz** poprawna identyfikacja siły, która powoduje moment względem chwilowej osi obrotu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$M_Q = R \cdot Q_{\parallel} \qquad \text{albo} \qquad M_Q = R \cdot mg\sin\beta$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

<u>Sposób 1.</u> (zastosowanie zasad dynamiki)

Na walec W2 działają trzy siły: siła tarcia statycznego $\vec{T}$ oraz siła reakcji równi $\vec{F_r}$ oraz siła ciężkości walca $\vec{Q}$. Wypadkowa ze wszystkich sił działających na walec ma kierunek wzdłuż równi i wartość opisaną wyrażeniem:

$$F_w = mg\sin\beta - T$$

Jedynie siła tarcia statycznego ma niezerowy moment względem osi obrotu walca W2:

$$M_T = RT$$

Zapiszemy równania wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca W2 oraz dla ruchu obrotowego walca W2 (względem osi symetrii):

$$\begin{cases} ma = mg\sin\beta - T \\ I_2\epsilon = RT \end{cases}$$

Siła tarcia statycznego nie osiągnęła wartości maksymalnej, zatem pozostaje niewiadomą w powyższym układzie równań. Zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym (w przypadku toczenia się bez poślizgu) oraz wzór na moment bezwładności walca W2:

$$\begin{cases} ma = mg\sin\beta - T \\ k_2 mR^2\dfrac{a}{R} = RT \end{cases} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} ma = mg\sin\beta - T \\ k_2 ma = T \end{cases} \quad\rightarrow$$

$$\begin{cases} ma = mg\sin\beta - k_2 ma \\ k_2 ma = T \end{cases} \quad\rightarrow\quad a + k_2 a = g\sin\beta$$

$$a = \frac{\sin\beta}{1+k_2}g$$

Sposób 2. (zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej)

Zgodnie z przyjętym modelem zjawiska energia mechaniczna pozostaje stała podczas ruchu walca – siły oporów pomijamy, a siła tarcia statycznego nie zmienia całkowitej energii kinetycznej (prace siły tarcia statycznego i momentu siły tarcia statycznego znoszą się).

W chwili początkowej energia mechaniczna walca W2 jest równa jego energii potencjalnej grawitacji. Przyjmiemy, że zero energii potencjalnej jest na poziomie środka masy walca W2, gdy ten jest u podnóża równi. Zatem u podnóża równi energia mechaniczna walca W2 jest równa tylko jego energii kinetycznej całkowitej (ruchu postępowego i obrotowego). Zapiszemy zasadę zachowania energii mechanicznej:

$$E_{pot\,wal} = E_{kin\,wal\,post} + E_{kin\,wal\,obr}$$

Wysokość, na jakiej znajduje się środek masy walca W2 w chwili początkowej, liczona względem poziomu zera energii potencjalnej, przyjmiemy jako h. Zastosujemy wzory na wymienione rodzaje energii:

$$1)\quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_2\omega^2$$

Wykorzystamy związek między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu) oraz wzór na moment bezwładności walca W2. Wyznaczymy kwadrat prędkości walca u podnóża równi:

$$2)\quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(k_2 mR^2)\cdot\frac{v^2}{R^2} \quad\rightarrow\quad gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}k_2 v^2$$

$$3)\quad v^2 = \frac{2gh}{(1+k_2)}$$

Wykorzystamy związek kinematyczny między przyśpieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyśpieszonym (siła wypadkowa jest stała) bez prędkości początkowej, drogę powiążemy z wysokością i kątem nachylenia równi:

$$4)\quad v^2 = 2as \qquad 5)\quad h = \sin\beta \cdot s$$

Przyrównamy do siebie prawe strony równań 3) i 4) z uwzględnieniem związku 5):

$$6)\quad 2as = \frac{2g\sin\beta \cdot s}{(1+k_2)} \quad \rightarrow$$

$$7)\quad a = \frac{\sin\beta}{(1+k_2)}g$$

Sposób 3. (zastosowanie metody chwilowej osi obrotu)

Rozważmy obrót walca W2 wokół chwilowej osi obrotu. Chwilowa oś obrotu zawiera odcinek styczności walca z powierzchnią równi w danej chwili. Jedynie siła ciężkości $\vec{Q}$ walca ma niezerowy moment względem tej osi obrotu (tzn. jej składowa $\vec{Q}_\parallel$ wzdłuż równi).
Ramię tej siły jest równe R, zatem:

$$1)\quad M_Q = R \cdot Q_\parallel \quad \text{gdzie} \quad Q_\parallel = mg\sin\beta$$

W metodzie chwilowej osi obrotu rozważamy tylko ruch obrotowy. Zapiszemy równanie wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu:

$$2a)\quad I_{chw}\epsilon = M_Q \quad \rightarrow \quad I_{chw}\epsilon = R \cdot Q_\parallel \quad \rightarrow \quad 2b)\quad I_{chw}\epsilon = R \cdot mg\sin\beta$$

Wyznaczymy wzór na moment bezwładności walca W2 względem chwilowej osi obrotu (z twierdzenia Steinera):

$$3)\quad I_{chw} = I_2 + mR^2 = k_2 mR^2 + mR^2 = (k_2+1)mR^2$$

Do równania 2b) podstawimy zależność 3) oraz zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym (w przypadku metody chwilowej osi obrotu przyśpieszenie liniowe jest przyśpieszeniem chwilowym stycznym do chwilowego toru ruchu punktu środka masy walca W2):

$$4)\quad (k_2+1)mR^2 \cdot \frac{a}{R} = R \cdot mg\sin\beta \quad \rightarrow \quad (k_2+1)a = g\sin\beta$$

$$5)\quad a = \frac{\sin\beta}{(1+k_2)}g$$

Zadanie 3.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami […] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
A3

Zadanie 3.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda ustalenia biegu wiązki ultradźwięków od granicy powietrze – woda **oraz** zaznaczenie rysunku C.

*Uwaga! Jeżeli zdający stosuje poprawną metodę ustalenia biegu wiązki ultradźwięków od granicy powietrze – woda **oraz** zapisze w sposób jednoznaczny, który rysunek przedstawia opisaną sytuację, albo zapisze jednoznacznie, że zachodzi całkowite odbicie od granicy ośrodków **i nie zaznaczy** rysunku, to otrzymuje 3 pkt.*

2 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda **oraz** podanie prawidłowej wartości tego kąta, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \quad \text{oraz} \quad \alpha_g \approx 13{,}6°$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia sinusa kąta granicznego dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda **oraz** podanie prawidłowej wartości sinusa tego kąta, **oraz** stwierdzenie/zapisanie, że kąt padania (lub sinus tego kąta) jest większy od kąta granicznego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \quad \text{oraz} \quad \left(\sin\alpha_g \approx 0{,}2345 \quad \text{zatem} \quad \alpha_g < 45°\right)$$

albo

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \quad \text{oraz} \quad (\sin\alpha_g \approx 0{,}2345) < (\sin 45° \approx 0{,}7071)$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia kąta załamania dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda **oraz** podanie wartości sinusa kąta załamania większej od jedności, **oraz** stwierdzenie, że nie istnieje taki kąt, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin 45°}{\sin\alpha_w} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \quad \text{oraz} \quad (\sin\alpha_w > 1 \quad \text{nie istnieje taki kąt } \alpha_w)$$

1 pkt – poprawne zapisanie warunku (z uwzględnieniem wartości prędkości dźwięku), z którego można obliczyć kąt graniczny dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

LUB

– zapisanie warunku (z uwzględnieniem wartości prędkości dźwięku i miary kąta padania) wynikającego z prawa załamania fali, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin 45°}{\sin\alpha_w} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.
Prędkość dźwięku w powietrzu jest mniejsza od prędkości dźwięku w wodzie. Z tego wynika, że istnieje kąt graniczny α_g padania dla wiązki ultradźwięków biegnącej od strony powietrza, powyżej którego nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków powietrze – woda.

Wyznaczymy kąt graniczny dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda. Zapiszemy warunek (wynikający z prawa załamania fali) dla kąta granicznego w tym przypadku:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{v_p}{v_w} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\sin\alpha_g}{1} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \qquad \rightarrow \qquad \sin\alpha_g \approx 0{,}2345$$

Obliczymy kąt graniczny przy użyciu kalkulatora naukowego:

$$\sin\alpha_g \approx 0{,}2345 \quad \text{dla} \quad \alpha_g \approx 13{,}6^\circ$$

Porównamy kąt padania $\alpha_p = 45^\circ$ z kątem granicznym:

$$\alpha_p > \alpha_g \quad (45^\circ > 13{,}6^\circ)$$

Z powyższego wynika, że nastąpi całkowite odbicie od granicy powietrze – woda.

Prawidłowe zaznaczenie
C

Sposób 2.
Prędkość dźwięku w powietrzu jest mniejsza od prędkości dźwięku w wodzie. Z tego wynika, że istnieje kąt graniczny α_g padania dla wiązki ultradźwięków biegnącej od strony powietrza, powyżej którego nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków powietrze – woda.

Wyznaczymy sinus kąta granicznego dla przejścia dźwięku przez granicę powietrze – woda. Zapiszemy warunek (wynikający z prawa załamania fali) dla sinusa kąta granicznego w tym przypadku:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{v_p}{v_w} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\sin\alpha_g}{1} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \qquad \rightarrow \qquad \sin\alpha_g \approx 0{,}2345$$

Porównamy sinus kąta padania $\alpha_p = 45^\circ$ z sinusem kąta granicznego:

$$(\sin 45^\circ \approx 0{,}7071 \quad \text{oraz} \quad \sin\alpha_g \approx 0{,}2345) \quad \text{zatem} \quad \sin 45^\circ > \sin\alpha_g$$

Ponieważ w przedziale od 0° do 90° sinus jest funkcją rosnącą, to:

$$\sin 45^\circ > \sin\alpha_g \quad \rightarrow \quad (\alpha_p = 45^\circ) > \alpha_g$$

To oznacza, że nastąpi całkowite odbicie od granicy powietrze – woda.

Prawidłowe zaznaczenie
C

Sposób 3.
Zapiszemy warunek wynikający z prawa załamania fali na granicy ośrodków powietrze – woda. Z tego warunku wyznaczymy sinus kąta załamania.

Kąt padania wiązki od strony powietrza oznaczymy jako α_p, a kąt załamania wiązki w wodzie oznaczymy jako α_w.

$$\frac{\sin\alpha_p}{\sin\alpha_w} = \frac{v_p}{v_w} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\sin 45°}{\sin\alpha_w} = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{0{,}707}{\sin\alpha_w} \approx \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Zatem:

$$\sin\alpha_w \approx 3{,}02 \qquad\qquad \sin\alpha_w > 1$$ NIEMOŻLIWE

Ponieważ nie istnieje kąt, dla którego sinus jest większy od jedynki, to nie istnieje w tym przypadku kąt α_w załamania w wodzie. Z tego wynika, że wiązka ultradźwięków nie wniknie do wody, tylko całkowicie odbije się od granicy powietrze – woda.

Prawidłowe zaznaczenie
C

Zadanie 4.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: X.1) analizuje rozchodzenie się fal na powierzchni wody i dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych; X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką (W/m^2) […]; X.3) opisuje zależność natężenia […] fali kulistej od odległości od punktowego źródła.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawna metoda obliczenia natężenia fali kulistej w punkcie X **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z prawidłową jednostką:

$$I_X \approx 3{,}2\cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{m}^2} \quad \text{lub} \quad I_X \approx 3{,}2\cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \quad \text{lub} \quad I_X \approx 3{,}2\cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^3}$$

1 pkt – poprawne zastosowanie wzoru na natężenie fali kulistej w odległości r_X od źródła z uwzględnieniem symboli wielkości podanych w zadaniu lub poprzez podstawienie wartości liczbowych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I_X = \frac{E}{\Delta t\cdot 4\pi r_X^2} \qquad \text{lub} \qquad I_X = \frac{40\ \mathrm{mJ}}{1\ \mathrm{s}\cdot 4\pi\cdot 10^2\ \mathrm{m}^2}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Skorzystamy z definicji natężenia fali oraz z warunku zadania, że fala kulista rozchodzi się tak samo we wszystkich kierunkach i nie jest pochłaniana. Zatem energia przechodząca w jednostce czasu przez dowolną sferę ze źródłem fali w jej środku, jest taka sama. Zatem:

$$I = \frac{E}{\Delta t \cdot S} \qquad \rightarrow \qquad I_X = \frac{E}{\Delta t \cdot 4\pi r_X^2}$$

Obliczymy natężenie fali w punkcie X:

$$I_X = \frac{40\ \mathrm{mJ}}{1\ \mathrm{s} \cdot 4\pi \cdot 10^2\ \mathrm{m}^2} = \frac{10}{\pi} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^2} \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^2}$$

Zadanie 4.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami […] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. X.9) stosuje zasadę superpozycji fal; wyjaśnia zjawisko interferencji fal; podaje warunki wzmocnienia oraz wygaszenia się fal.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda ustalenia, czy w punkcie A nastąpi wzmocnienie czy osłabienie interferencyjne (tzn. poprawne obliczenie długości fali i zastosowanie warunków na wzmocnienie/osłabienie) **oraz** zapisanie poprawnej odpowiedzi:
W punkcie A nastąpi osłabienie interferencyjne

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali, tzn. zapisanie związku między długością fali a jej prędkością i częstotliwością z poprawnie podstawionymi wartościami liczbowymi (lub zastosowanymi symbolami) **oraz** zapisanie / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne, np. zapisy równoważne poniższym:

$340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \lambda \cdot 850\ \mathrm{Hz}$ oraz

$r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2}\lambda$ (osłabienie) $r_2 - r_1 = n\lambda$ (wzmocnienie)

albo (obliczenie różnicy dróg fal jako krotności połowy lub pełnej długości fali)

$\lambda = 0{,}4\ \mathrm{m}$ oraz $\left(11{,}5\ \mathrm{m} - 10{,}5\ \mathrm{m} = 1 = \frac{5}{2} \cdot 0{,}4\ \mathrm{m}\right.$ lub $\left.\frac{11{,}5}{0{,}4} - \frac{10{,}5}{0{,}4} = \frac{5}{2}\right)$

albo (obliczenie różnicy faz jako krotności π lub 2π)

$\lambda = 0{,}4\ \mathrm{m}$ oraz $2\pi \cdot \frac{11{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}} - 2\pi \frac{10{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}} = 5\pi\ (= 2{,}5 \cdot 2\pi)$

albo (określenie faz docierających do punktu A)

$$r_1 = 26\lambda + \frac{1}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_1 = 26 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$r_2 = 28\lambda + \frac{3}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_2 = 28 \cdot 2\pi + \frac{3\pi}{2}$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia okresu fali **oraz** poprawna metoda obliczenia obu czasów dotarcia ustalonej fazy fali od każdego z głośników do punktu A **oraz** zapisanie / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne, zapisanych poprzez okres i czasy, np. zapisy równoważne poniższym:

$$T = \frac{1}{850}\ \mathrm{s} \quad \text{oraz} \quad t_1 = \frac{r_1}{v_d} \quad \text{oraz} \quad t_2 = \frac{r_2}{v_d} \quad \text{oraz} \quad \frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = 2{,}5$$

1 pkt – poprawna metoda obliczenia długości fali, tzn. zapisanie związku między długością fali a jej prędkością i częstotliwością z poprawnie podstawionymi wartościami liczbowymi (lub zastosowanymi symbolami), np. zapisy równoważne poniższym:

$$340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \lambda \cdot 850\ \mathrm{Hz}$$

LUB

– zapisanie (może być słowne) / wykorzystanie / sprawdzenie warunków na maksymalne wzmocnienie i maksymalne osłabienie interferencyjne (z długością fali λ i odległościami r_2 i r_1 lub z fazami i odległościami lub z czasami i okresem), np. zapisy równoważne poniższym:

jeśli $r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2}\lambda$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $r_2 - r_1 = n\lambda$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

albo

jeśli $\frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 = (2n \pm 1) \cdot \pi$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $\frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 = n \cdot 2\pi$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

Uwaga! Zapisanie warunków z samymi fazami (np. $\phi_2 - \phi_1 = (2n \pm 1) \cdot \pi$), bez użycia wzoru na fazę, jest niewystarczające do spełnienia tego kryterium.

albo (opis słowny)

Jeśli do punktu A dotrą fale przeciwne w fazie, to nastąpi maksymalne osłabienie

Jeśli do punktu A dotrą fale zgodne w fazie, to nastąpi maksymalne wzmocnienie

albo

jeśli $t_2 - t_1 = \frac{2n \pm 1}{2}T$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $t_2 - t_1 = nT$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (zastosowanie warunku z różnicą odległości)
Zapiszemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie A.

Jeśli r_1 i r_2 są odległościami od punktu A do – odpowiednio – pierwszego (G1) i drugiego (G2) źródła fali oraz λ jest długością fali, to:

jeśli $\quad r_2 - r_1 = \frac{2n \pm 1}{2}\lambda \quad$ to nastąpi maksymalne osłabienie w A

jeśli $\quad r_2 - r_1 = n\lambda \quad$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie w A

Powyższe warunki zastosujemy dla danych zadania.

Obliczymy długość fal dźwiękowych wysyłanych z głośników G1 i G2:

$$v_d = \lambda f \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{v_d}{f} \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{850\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}4\ \mathrm{m}$$

Sprawdzimy – zgodnie z podanymi warunkami – czy w punkcie A zachodzi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie czy wzmocnienie interferencyjne.

W tym celu obliczymy różnicę odległości punktu A od głośników G1 i G2 i wyrazimy ją poprzez krotność długości fali lub krotność połowy długości fali.

$$r_2 - r_1 = 11{,}5\ \mathrm{m} - 10{,}5\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{m}$$

$$r_2 - r_1 = \frac{5}{2} \cdot 0{,}4\ \mathrm{m} = \frac{5}{2}\lambda$$

Różnica odległości punktu A od głośników G1 i G2 wyraża się poprzez <u>nieparzystą</u> krotność <u>połowy</u> długości fali. Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie A nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

Sposób 2. (zastosowanie warunku z różnicą faz)
Zapiszemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie A.

Jeśli ϕ_1 i ϕ_2 są fazami fal docierających do punktu A – odpowiednio – od pierwszego (G1) i od drugiego (G2) źródła fali, to:

jeśli $\quad |\phi_2 - \phi_1| = (2n \pm 1) \cdot \pi \quad$ to nastąpi maksymalne osłabienie

jeśli $\quad |\phi_2 - \phi_1| = n \cdot 2\pi \quad$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie

Użyjemy wzorów do wyznaczenia obu faz. Rozważamy fazy fal docierających do punktu A w chwili t. Różnica faz źródeł G1 i G2 wynosi zero. Zatem:

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 \qquad \text{oraz} \qquad \phi_2 = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_2 \qquad \rightarrow$$

$$|\phi_2 - \phi_1| = \frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1 = 2\pi\left(\frac{r_2}{\lambda} - \frac{r_1}{\lambda}\right)$$

Obliczymy długość fal dźwiękowych wysyłanych z głośników G1 i G2:

$$v_d = \lambda f \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{v_d}{f} \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{850\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}4\ \mathrm{m}$$

Podstawimy długość fali do wzoru na różnicę faz

$$|\phi_2 - \phi_1| = 2\pi\left(\frac{11{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}} - \frac{10{,}5\ \mathrm{m}}{0{,}4\ \mathrm{m}}\right) = 2\pi \cdot \frac{1}{0{,}4} = 2\pi \cdot \frac{5}{2} = 5\pi$$

Różnica faz docierających do punktu A jest równa <u>nieparzystej</u> krotności π.
Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie A nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

<u>Sposób 3.</u> (zastosowanie warunku z różnicą faz)

Jeśli ϕ_1 i ϕ_2 są fazami fal docierających do punktu A – odpowiednio – od pierwszego (G1) i od drugiego (G2) źródła fali, to:

- w punkcie A nastąpi maksymalne wzmocnienie interferencyjne, gdy fazy docierających fal będą zgodne
- w punkcie A nastąpi maksymalne osłabienie interferencyjne, gdy fazy docierających fal będą przeciwne.

Zatem zbadamy, jakie fazy docierają od źródeł G1 i G2 do punktu A w wybranej chwili t.
Założymy dla uproszczenia rozważań, że faza początkowa źródeł w chwili t wynosi 0.
Zbadamy, jak zmieni się faza wzdłuż każdej z dróg. Zauważmy, że na drodze równej długości fali λ następuje zmiana fazy fali o 2π:

$$\lambda \quad \leftrightarrow \quad 2\pi$$

czyli:

$$\lambda = \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{850\ \frac{1}{\mathrm{s}}} = 0{,}4\ \mathrm{m} \qquad \leftrightarrow \qquad 2\pi$$

Zatem:

$$r_1 = 10{,}5\ \mathrm{m} = 26{,}25\lambda = 26\lambda + \frac{1}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_1 = 26 \cdot 2\pi + \frac{1}{4} \cdot 2\pi = \ 26 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$r_2 = 11{,}5\ \mathrm{m} = 28{,}75\lambda = 28\lambda + \frac{3}{4}\lambda \quad \leftrightarrow \quad \phi_2 = 28 \cdot 2\pi + \frac{3}{4} \cdot 2\pi = \ 28 \cdot 2\pi + \frac{3\pi}{2}$$

Do punktu A od głośnika G1 dotrze fala o fazie $\frac{\pi}{2}$, a od głośnika G2 dotrze fala o fazie $\frac{3}{2}\pi$.
Zatem dotrą fale o przeciwnych fazach. Nastąpi maksymalne osłabienie interferencyjne.

Sposób 4. (zastosowanie warunku z różnicą czasów)
Zapiszemy warunki na maksymalne wzmocnienie interferencyjne oraz maksymalne osłabienie interferencyjne fali w punkcie A.

Załóżmy, że t_1 i t_2 są czasami, w jakich dotrą ustalone fazy fal – odpowiednio – od pierwszego i drugiego głośnika do punktu A. Jeśli r_1 i r_2 są odległościami od punktu A do – odpowiednio – pierwszego (G1) i drugiego (G2) źródła fali oraz λ jest długością fali, to:

jeśli $v_d t_2 - v_d t_1 = \frac{2n \pm 1}{2} v_d T$ to nastąpi maksymalne osłabienie w A

jeśli $v_d t_2 - v_d t_1 = n v_d T$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie w A

Powyższe warunki zapiszemy w przekształconej postaci:

jeśli $\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = \frac{2n \pm 1}{2}$ to nastąpi maksymalne osłabienie w A

jeśli $\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = n$ to nastąpi maksymalne wzmocnienie w A

Obliczymy t_1 i t_2 oraz T:

$$t_1 = \frac{r_1}{v_d} = \frac{10{,}5}{340}\ \mathrm{s} \approx 0{,}03088\ \mathrm{s} \quad t_2 = \frac{r_2}{v_d} = \frac{11{,}5}{340}\ \mathrm{s} \approx 0{,}03382\ \mathrm{s} \quad T = \frac{1}{850\ \mathrm{Hz}} \approx 0{,}00118\ \mathrm{s}$$

Zatem:

$$\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} \approx \frac{0{,}03382\ \mathrm{s}}{0{,}00118\ \mathrm{s}} - \frac{0{,}03088\ \mathrm{s}}{0{,}00118\ \mathrm{s}} \approx 2{,}5 = \frac{5}{2} \qquad \left(t_2 - t_1 = \frac{5}{2} T\right)$$

Różnica czasów dotarcia faz fal do punktu A od głośników G1 i G2 wyraża się poprzez nieparzystą krotność połowy okresu. Zgodnie z podanymi warunkami w punkcie A nastąpi maksymalne (możliwe dla tego punktu) osłabienie interferencyjne.

Zadanie 5.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego […]; IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych […]; IV.5) […] stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych i eliptycznych.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PFF

Zadanie 5.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. III.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego […]; III.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu. IV.6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
A2

Zadanie 5.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. IV.5) […] stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych i eliptycznych.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu Chirona dookoła Słońca **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $T_C \approx 51\ \mathrm{lat}$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu Chirona dookoła Słońca, tzn.: wykorzystanie równania III prawa Keplera (dla Chirona i Ziemi) z uwzględnieniem okresów obiegu Chirona i Ziemi dookoła Słońca, półosi wielkiej orbity Chirona, promienia orbity Ziemi **oraz** poprawna metoda obliczenia długości półosi wielkiej orbity eliptycznej Chirona, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \text{oraz} \quad 2a_C = r_P + r_A$$

albo

$$\frac{T_C^2}{\left(\frac{8{,}5\ \mathrm{au} + 18{,}9\ \mathrm{au}}{2}\right)^3} = \frac{(1\ \mathrm{rok})^2}{(1\ \mathrm{au})^3}$$

1 pkt – zapisanie równania III prawa Keplera (dla Chirona i Ziemi) z uwzględnieniem (np. poprzez oznaczenia lub wartości danych liczbowych) okresów obiegu Chirona i Ziemi dookoła Słońca, półosi wielkiej orbity Chirona, promienia orbity Ziemi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \text{albo} \quad \frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{(1\ \mathrm{rok})^2}{(1\ \mathrm{au})^3}$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia długości półosi wielkiej orbity eliptycznej Chirona, np. zapisy równoważne poniższym:

$$2a_C = r_P + r_A$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Chiron oraz Ziemia obiegają Słońce – wspólne centrum grawitacyjne. Zatem okres obiegu Chirona dookoła Słońca obliczymy z III prawa Keplera:

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_Z^2}{a_Z^3} \quad \rightarrow \quad T_C = \sqrt{\left(\frac{a_C}{a_Z}\right)^3} \cdot T_Z$$

gdzie a_C jest długością półosi wielkiej dla okołosłonecznej, eliptycznej orbity Chirona, a_Z jest promieniem dla okołosłonecznej, kołowej orbity Ziemi, T_C i T_Z są okresami obiegu – odpowiednio – Chirona i Ziemi dookoła Słońca.

Obliczymy a_C:

$$a_C = \frac{r_P + r_A}{2} \quad \rightarrow \quad a_C = \frac{8{,}5\ \mathrm{au} + 18{,}9\ \mathrm{au}}{2} = 13{,}7\ \mathrm{au}$$

Podstawimy dane do równania wynikającego z III prawa Keplera:

$$T_C = \sqrt{\left(\frac{13{,}7\ \mathrm{au}}{1\ \mathrm{au}}\right)^3} \cdot 1\ \mathrm{rok} \approx 51\ \mathrm{lat}$$

Zadanie 6.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną […] gazów; VI.10) opisuje związek między temperaturą w skali Kelvina a […] energią wewnętrzną gazu doskonałego; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PFP

Zadanie 6.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] wykresy […] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]; I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.8) […] rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną […] gazów; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek VB [wyznaczenie V_B]:
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów B i A **lub** stwierdzenie (słownie bądź zapisem matematycznym) że przemiana $A \to B$ jest izochoryczna **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie B, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{3p_1 V_B}{3T_1} \quad \text{lub} \quad V_A = V_B \quad \text{lub} \quad A \to B \ \text{jest izochoryczna}\right) \quad \text{oraz} \quad V_B = V_1$$

Warunek VC [wyznaczenie V_C]:
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów C i A lub skorzystanie z własności przemiany izobarycznej ($V \propto T$) **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie C, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1 V_C}{3T_1} \quad \text{lub} \quad V \propto T \quad \text{lub} \quad C \to A \ \text{jest izobaryczna}\right) \quad \text{oraz} \quad V_C = 3V_1$$

Warunek VX1 [wyznaczenie V_X sposobem 1.]:
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów X i A **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{2p_1 V_X}{3T_1} \qquad \text{oraz} \qquad V_X = \frac{3}{2} V_1$$

Warunek 2_równania:
zapisanie dwóch równań wynikających z równań Clapeyrona dla par stanów: B i A lub C i A lub X i A, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\text{dwa równania spośród:} \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_B V_B}{T_B} \quad \text{lub} \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_C V_C}{T_C} \quad \text{lub} \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_X V_X}{T_X}$$

Warunek Punkty_ABC:
poprawne zaznaczenie na wykresie $(V,\ p)$ stanów A, B, C (niezależnie od poprawności linii łączących stany lub ich braku, nie musi być żadnych obliczeń).

Warunek Wykres_ABCX
poprawne zaznaczenie na wykresie $(V,\ p)$ stanów A, B, C, X **oraz** narysowanie poprawnej zależności ciśnienia p od objętości V (z uwzględnieniem kształtu izotermy, tzn. łuku przechodzącego przez punkt X w cyklu przemian $A \to B \to C \to A$).

Warunek VX2 [wyznaczenie V_X sposobem 2.]
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów X i B lub skorzystanie z własności przemiany izotermicznej ($V \propto \frac{1}{p}$) **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(p_B V_B = p_X V_X \quad \text{lub} \quad V \propto \frac{1}{p} \quad \text{lub} \quad B \to X \ \text{jest izotermiczna}\right) \quad \text{oraz} \quad V_X = \frac{3}{2} V_1$$

Warunek VX3 [wyznaczenie V_X sposobem 3.]
zapisanie równania wynikającego z równań Clapeyrona dla stanów X i C lub skorzystanie z własności przemiany izotermicznej ($V \propto \frac{1}{p}$) **oraz** wyznaczenie (poprzez V_1) prawidłowej objętości gazu w stanie X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(p_C V_C = p_X V_X \ \text{ lub } \ V \propto \frac{1}{p} \ \text{ lub } \ X \to C \text{ jest izotermiczna}\right) \quad \text{oraz} \quad V_X = \frac{3}{2} V_1$$

Schemat punktowania

4 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**) **oraz** warunku **Wykres_ABCX.**

3 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku **Punkty_ABC**

LUB

– spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**)

LUB

– spełnienie warunku **Wykres_ABCX** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2** lub **VX3**)

2 pkt – spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku **VC**

LUB

– spełnienie warunku **VB** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX2**)

LUB

– spełnienie warunku **VC** **oraz** warunku (**VX1** lub **VX3**)

LUB

– spełnienie warunku **Wykres_ABCX** (bez spełnienia innych warunków, bez żadnych obliczeń)

LUB

– spełnienie warunku **Punkty_ABC** **oraz** warunku (**VB** lub **VC**)

1 pkt – spełnienie warunku **VB**

LUB

– spełnienie warunku **VC**

LUB

– spełnienie warunku **VX1**

LUB

– spełnienie warunku **2_równania**

LUB

– spełnienie warunku **Punkty_ABC** (bez spełnienia innych warunków, bez żadnych obliczeń)

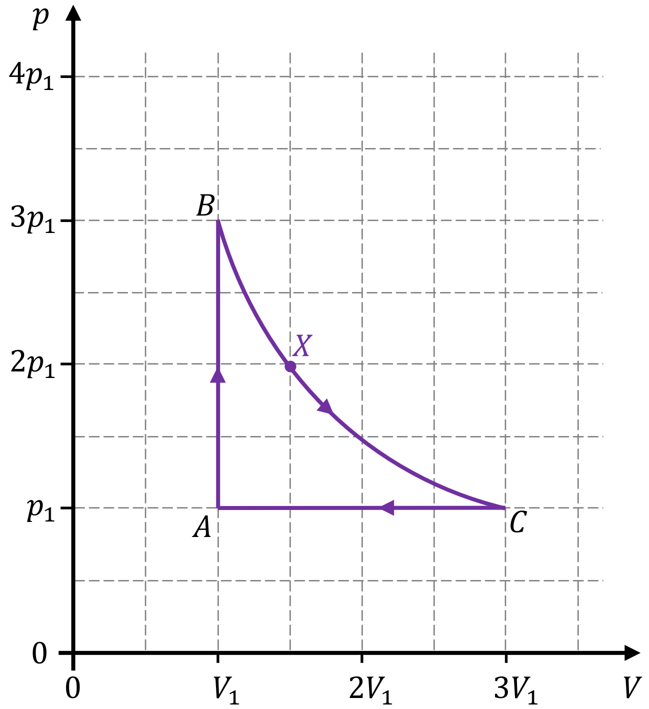
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Warunek **Wykres_ABCX** nie będzie uznany jako spełniony, jeżeli zamiast linii w postaci łuku łączącego punkty BXC, będzie to krzywa łamana złożona z odcinków prostych BX oraz XC.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wykres 2.



Stan A ma na wykresie współrzędne:

$$A = (V_A;\ p_A) = (V_1;\ p_1)$$

Współrzędne stanu $B = (V_B;\ p_B)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1.
Z równań Clapeyrona dla stanów A i B oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B} \qquad \text{gdzie} \qquad (p_B = 3p_1 \quad \text{oraz} \quad T_B = 3T_1) \qquad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{3p_1 V_B}{3T_1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_B = V_1} \quad \rightarrow \quad B = (V_B;\ p_B) = (V_1; 3p_1)$$

Współrzędne stanu $C = (V_C;\ p_C)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1. Z równań Clapeyrona dla stanów A i C oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_C V_C}{T_C} \qquad \text{gdzie} \qquad (p_C = p_1 \quad \text{oraz} \quad T_C = 3T_1) \qquad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1 V_C}{3T_1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_C = 3V_1} \quad \rightarrow \quad C = (V_C;\ p_C) = (3V_1;\ p_1)$$

Dalej wyznaczymy objętość V_X stanu X. Można to zrobić na trzy różne sposoby.

Sposób 1. wyznaczenia V_X

Współrzędne stanu $X = (V_X;\ p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1. Z równań Clapeyrona dla stanów A i X oraz z wykresu 1. wynika, że:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_X V_X}{T_X} \quad \text{gdzie} \quad (p_X = 2p_1 \quad \text{oraz} \quad T_X = 3T_1) \quad \text{zatem}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{2p_1 V_X}{3T_1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_X = \frac{3}{2}V_1} \quad \rightarrow \quad X = (V_X;\ p_X) = \left(\frac{3}{2}V_1;\ 2p_1\right)$$

Sposób 2. wyznaczenia V_X

Współrzędne stanu $X = (V_X;\ p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1. Z równań Clapeyrona dla stanów B i X oraz z wykresu 1. oraz z własności przemiany izotermicznej $B \rightarrow C$ wynika, że:

$$p_B V_B = p_X V_X \quad \text{gdzie} \quad (p_B = 3p_1 \quad \text{oraz} \quad V_B = V_1 \quad \text{oraz} \quad p_X = 2p_1) \quad \text{zatem}$$

$$3p_1 V_1 = 2p_1 V_X \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_X = \frac{3}{2}V_1} \quad \rightarrow \quad X = (V_X;\ p_X) = \left(\frac{3}{2}V_1;\ 2p_1\right)$$

Sposób 3. wyznaczenia V_X

Współrzędne stanu $X = (V_X;\ p_X)$ wyrazimy – odpowiednio – za pomocą V_1 i p_1. Z równań Clapeyrona dla stanów C i X oraz z wykresu 1. oraz z własności przemiany izotermicznej $B \rightarrow C$ wynika, że:

$$p_C V_C = p_X V_X \quad \text{gdzie} \quad (p_C = p_1 \quad \text{oraz} \quad V_C = 3V_1 \quad \text{oraz} \quad p_X = 2p_1) \quad \text{zatem}$$

$$p_1 \cdot 3V_1 = 2p_1 V_X \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V_X = \frac{3}{2}V_1} \quad \rightarrow \quad X = (V_X;\ p_X) = \left(\frac{3}{2}V_1;\ 2p_1\right)$$

Zadanie 6.3. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną […] gazów; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.13) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego; VI.14) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach i pompach cieplnych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ciepła oddanego w cyklu **oraz** zapisanie poprawnego wyrażenia na ciepło oddane: $|Q_{CA}| = 5nRT_1$

1 pkt – identyfikacja ciepła oddanego przez gaz jako ciepła wymienionego z otoczeniem w przemianie $C \rightarrow A$ **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej $C \rightarrow A$ a przyrostem temperatury ΔT_{CA}, np. zapisy równoważne poniższym:

$|Q_{odd}| = |Q_{CA}|$ oraz $|Q_{CA}| = \left|nC_p \Delta T_{CA}\right|$

LUB

– identyfikacja ciepła oddanego przez gaz jako ciepła wymienionego z otoczeniem w przemianie $C \rightarrow A$ **oraz** zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $C \rightarrow A$ z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków energii lub z poprawnym zastosowaniem wzoru na pracę albo zmianę energii wewnętrznej

$|Q_{odd}| = |Q_{CA}|$ oraz ($-|\Delta U_{CA}| = -|Q_{CA}| + |W_{CA}|$ lub $\Delta U_{CA} = Q_{CA} - p\Delta V$ lub $nC_V \Delta T_{CA} = Q_{CA} + W_{CA}$)

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (zastosowanie wzoru na ciepło w przemianie izobarycznej)

Obliczymy ciepło oddane przez gaz w cyklu. Gaz oddaje ciepło tylko w przemianie $C \rightarrow A$ (izobarycznej):

$$1)\quad Q_{odd} = Q_{CA}$$

Do wyznaczenia $|Q_{CA}|$ zastosujemy wzór na ciepło wymienione w przemianie izobarycznej:

$$2)\quad |Q_{CA}| = \left|nC_p \Delta T_{CA}\right|$$

Zastosujemy związek między ciepłem molowym przy stałej objętości a ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu:

$$3)\quad C_p = C_V + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

Do równania 2) podstawimy związek 3) oraz przyrost temperatury ΔT_{CA} odczytany z wykresu 1.:

$$4)\quad |Q_{CA}| = \left|n\frac{5}{2}R(T_1 - 3T_1)\right| = 5nRT_1$$

Sposób 2. (zastosowanie I zasady termodynamiki)

Obliczymy ciepło oddane przez gaz w cyklu. Gaz oddaje ciepło tylko w przemianie $C \rightarrow A$ (izobarycznej):

$$1)\quad Q_{odd} = Q_{CA}$$

Do wyznaczenia $|Q_{CA}|$ zastosujemy I zasadę termodynamiki. Zastosujemy konwencję, zgodnie z którą, gdy gaz traci energię w postaci pracy lub ciepła, to zapisujemy ją ze znakiem minus, a gdy zyskuje energię w postaci pracy lub ciepła, to zapisujemy ją ze znakiem plus.

Podczas sprężania izobarycznego gaz oddaje do otoczenia energię w postaci ciepła i jednocześnie zyskuje z zewnątrz energię w postaci pracy wykonanej nad układem. Ponadto uwzględnimy od razu, że zmiana energii wewnętrznej jest ujemna, ponieważ temperatura w przemianie izobarycznej $C \rightarrow A$ zmalała. Zapiszemy I zasadę termodynamiki:

$$\text{2a)}\quad -|\Delta U_{CA}| = -|Q_{CA}| + |W_{CA}| \quad \rightarrow \quad \text{2b)}\quad |Q_{CA}| = |W_{CA}| + |\Delta U_{CA}|$$

W równaniu 2b) uwzględnimy wzór na pracę oraz energię wewnętrzną

$$\text{3)}\qquad |Q_{CA}| = p|\Delta V_{CA}| + nC_V|\Delta T_{CA}|$$

W równaniu 3) uwzględnimy równanie stanu gazu doskonałego:

$$\text{4)}\qquad |Q_{CA}| = nR|\Delta T_{CA}| + nC_V|\Delta T_{CA}|$$

Do równania 4) podstawimy ciepło $C_V = \frac{3}{2}R$ oraz przyrost temperatury ΔT_{CA} odczytany z wykresu 1.:

$$\text{5)}\qquad |Q_{CA}| = nR \cdot 2T_1 + n\frac{3}{2}R \cdot 2T_1 = 5nRT_1$$

Zadanie 7.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IX.12) (SP) doświadczalnie: a) demonstruje […] powstawanie obrazów za pomocą zwierciadeł płaskich i soczewek. X.16) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki; stosuje do obliczeń równanie soczewki; X.18) doświadczalnie: […] f) bada związek między ogniskową soczewki a położeniami przedmiotu i obrazu.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPF

Zadanie 7.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]; I.7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.16) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki; stosuje do obliczeń równanie soczewki.

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek $\mathbf{S_{KONSTR}}$ – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia soczewki S za pomocą promienia charakterystycznego biegnącego przez środek soczewki (w rozwiązaniu to promień oznaczony jako P_1).

Warunek $\mathbf{S_{BEZ}}$ – poprawne oznaczenie położenia soczewki S bez konstrukcji promieniem charakterystycznym.

Warunek $\mathbf{F_{KONSTR}}$ – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne lewego lub prawego ogniska soczewki za pomocą promienia charakterystycznego biegnącego równolegle do osi optycznej po prawej lub po lewej stronie poprawnie wyznaczonej soczewki i przechodzącego przez ognisko (w rozwiązaniu są to promienie oznaczone jako P_3 lub P_2).

Warunek $\mathbf{F_{BEZ}}$ – poprawne oznaczenie położenia ogniska F bez konstrukcji promieniem charakterystycznym.

Warunek f – wpisanie prawidłowej wartości liczbowej dla ogniskowej.

Schemat punktowania

3 pkt – spełnienie warunku $\mathbf{S_{KONSTR}}$ **oraz** warunku $\mathbf{F_{KONSTR}}$ **oraz** warunku **f**.

2 pkt – spełnienie warunku $\mathbf{S_{KONSTR}}$ **oraz** warunku $\mathbf{F_{KONSTR}}$

LUB

– spełnienie warunku $\mathbf{S_{BEZ}}$ **oraz** warunku $\mathbf{F_{KONSTR}}$ **oraz** warunku **f**

LUB

– spełnienie warunku $\mathbf{S_{KONST}}$ **oraz** warunku $\mathbf{F_{BEZ}}$ **oraz** warunku **f**

1 pkt – spełnienie warunku $\mathbf{S_{KONSTR}}$

LUB

– spełnienie warunku $\mathbf{S_{BEZ}}$ **oraz** warunku $\mathbf{F_{KONSTR}}$

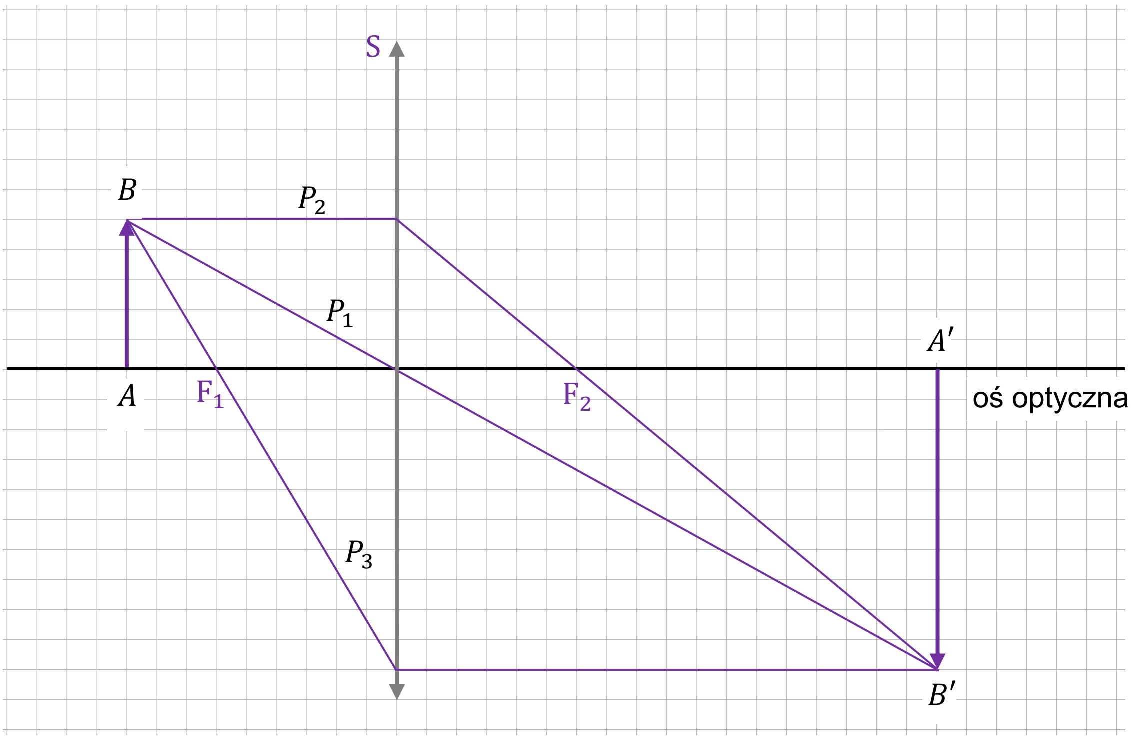
LUB

– spełnienie warunku $\mathbf{S_{BEZ}}$ **oraz** warunku **f**.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa!
Nie ocenia się zapisów w brudnopisie pod zadaniem (np. niekonstrukcyjnych, algebraicznych sposobów wyznaczenia odległości przedmiotu i obrazu od soczewki lub wyznaczenia ogniskowej).

Przykładowe pełne rozwiązanie



$f =$ ....6..... cm

Zadanie 8. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]; I.7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych lub […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IX.1) posługuje się pojęciem pola magnetycznego; rysuje linie pola magnetycznego w pobliżu […] przewodników z prądem (przewodnik prostoliniowy […]); IX.2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką […]; IX.6) stosuje do obliczeń związek wartości indukcji pola magnetycznego i natężenia prądu dla prostoliniowego przewodnika […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne oznaczenie, w którą stronę płynie prąd w przewodniku **oraz** narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie P_2 o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości równej 2 umowne jednostki wartości indukcji magnetycznej.

2 pkt – poprawne oznaczenie, w którą stronę płynie prąd w przewodniku **oraz** narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie P_2 o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości mniejszej od 8 umownych jednostek wartości indukcji magnetycznej (ale różnej od poprawnej wartości 2 jednostek)

LUB

– narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie P_2 o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości równej 2 umowne jednostki wartości indukcji magnetycznej.

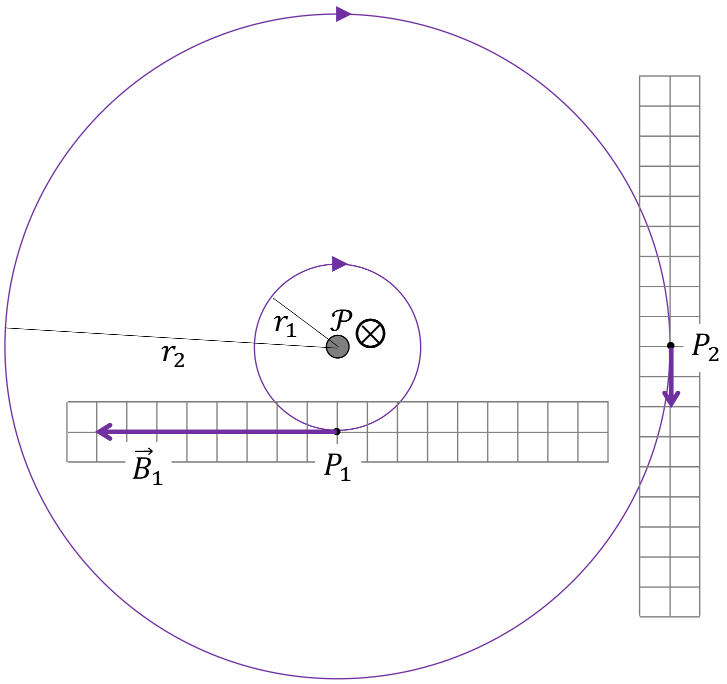
1 pkt – poprawne oznaczenie, w którą stronę płynie prąd w przewodniku

LUB

– narysowanie wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_2$ w punkcie P_2 o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i wartości mniejszej od 8 umownych jednostek wartości indukcji magnetycznej (ale różnej od poprawnej wartości 2 jednostek).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie



Zadanie 9.1. (0–1)

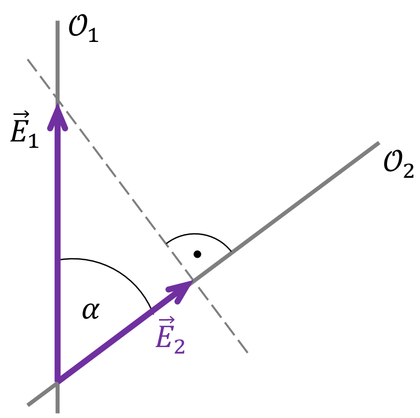
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach ([…] rozkładanie na składowe); I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego […]. IX.14) opisuje […] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych. X.13) rozróżnia fale poprzeczne i podłużne; opisuje światło jako falę elektromagnetyczną poprzeczną; rozróżnia światło spolaryzowane i niespolaryzowane; analizuje polaryzację światła po przejściu przez polaryzator, wynikającą z poprzecznego charakteru fali elektromagnetycznej; X.18) doświadczalnie: a) obserwuje zmiany natężenia światła po przejściu przez dwa polaryzatory, których osie polaryzacji tworzą różne kąty.

Zasady oceniania

1 pkt – narysowanie wektora $\vec{E}_2$ o poprawnym kierunku, poprawnym zwrocie i prawidłowej wartości.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie



Zadanie 9.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego […]. IX.14) opisuje […] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych. X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali […] oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy; X.13) rozróżnia fale poprzeczne i podłużne; opisuje światło jako falę elektromagnetyczną poprzeczną; rozróżnia światło spolaryzowane i niespolaryzowane; analizuje polaryzację światła po przejściu przez polaryzator, wynikającą z poprzecznego charakteru fali elektromagnetycznej; X.18) doświadczalnie: a) obserwuje zmiany natężenia światła po przejściu przez dwa polaryzatory, których osie polaryzacji tworzą różne kąty.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech stwierdzeniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPP

Zadanie 10. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii spoczynkowej cząstki **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w keV zaokrąglonego do trzech cyfr znaczących: $E_0 \approx 511\ \mathrm{keV}$ (uwzględnia się także wynik $E_0 \approx 510\ \mathrm{keV}$)

2 pkt – zapisanie/wyprowadzenie poprawnego związku między energią kinetyczną cząstki a jej prędkością i energią spoczynkową (z którego można bezpośrednio obliczyć energię spoczynkową) **oraz** poprawne <u>uwzględnienie</u> warunku zadania $v = \frac{1}{2}c$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}} - E_0$$

1 pkt – zapisanie związku między energią całkowitą cząstki a jej masą (albo energią spoczynkową) i prędkością **oraz** zapisanie związku między energią całkowitą a energią kinetyczną i energią spoczynkową, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E = E_{kin} + E_0 \qquad \text{oraz} \qquad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

albo w jednym równaniu

$$E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy związek między energią E całkowitą cząstki a jej energią spoczynkową E_0 i energią kinetyczną E_{kin}:

$$1)\quad E = E_{kin} + E_0$$

Wyprowadzimy związek między energią całkowitą a energią spoczynkową. W tym celu zastosujemy związek między energią całkowitą cząstki a jej masą i prędkością oraz związek między energią spoczynkową cząstki a jej masą:

$$2)\quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad \text{oraz} \qquad E_0 = mc^2 \qquad \rightarrow$$

$$3)\quad E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Wyrażenie 3) na energię całkowitą podstawimy do wzoru 1):

$$4)\quad \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0$$

Podstawimy dane zadania i obliczymy energię spoczynkową cząstki:

$$5)\quad \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}} = 79{,}05\ \mathrm{keV} + E_0 \qquad \rightarrow$$

$$6)\quad E_0 = \frac{79{,}05\ \mathrm{keV}}{\left(\frac{1}{\sqrt{1-0{,}25}} - 1\right)} = 510{,}98\ldots\mathrm{keV} \approx 511\ \mathrm{keV}$$

Uwaga! *W pkt 6) przedstawiono obliczenie z zaokrągleniem wyniku na końcu. Poniżej przedstawiamy rachunek z zaokrągleniami wykonywanymi w obliczeniach pośrednich (w obliczeniach pośrednich zaokrąglamy do co najmniej 4 cyfr znaczących):*

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-0{,}25}} = 79{,}05\ \mathrm{keV} + E_0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{E_0}{0{,}8660} - E_0 \approx 79{,}05\ \mathrm{keV}$$

$$0{,}1547E_0 = 79{,}05\ \mathrm{keV} \qquad \rightarrow \qquad E_0 \approx 510{,}9\ \ldots\ \mathrm{keV} \approx 511\ \mathrm{keV}$$

Zadanie 11.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami […] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. XI.2) […] posługuje się pojęciem fotonu oraz oblicza jego energię; XI.5) […] stosuje zasadę zachowania energii […] do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
B1

Zadanie 11.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. VIII.4) (SP) posługuje się pojęciami […] częstotliwości, długości fali i prędkości rozchodzenia się fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. XI.2) […] posługuje się pojęciem fotonu oraz oblicza jego energię; XI.4) […] oblicza różnice energii między poziomami energetycznymi w atomie wodoru; XI.5) […] stosuje zasadę zachowania energii […] do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii emitowanego fotonu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w eV:

$E_{42} = 2{,}55\ \mathrm{eV}$

2 pkt – zapisanie zasady zachowania energii z uwzględnieniem energii atomu wodoru w stanie $n = 4$, w stanie $n = 2$ i energii E_{42} emitowanego fotonu **oraz** zastosowanie wzorów na energie atomu wodoru w stanie $n = 4$ i w stanie $n = 2$, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{42} = \frac{E_1}{4^2} - \frac{E_1}{2^2}$ lub $E_{42} = -13{,}6\ \mathrm{eV} \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^2}\right)$

1 pkt – zapisanie zasady zachowania energii dla układu atom – foton z uwzględnieniem (poprzez oznaczenie) energii atomu wodoru w stanie $n = 4$, energii atomu wodoru w stanie $n = 2$ i energii emitowanego fotonu (oznaczonej jako np. E_{42} lub E_{fot}), np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{42} = E_4 - E_2$ lub $E_4 = E_2 + E_{42}$

LUB

– poprawne obliczenie energii atomu wodoru w stanie $n = 4$ albo w stanie $n = 2$, np. zapisy równoważne poniższym:

wystarczy zapis $E_4 \approx -0{,}85\ \mathrm{eV}$ lub akceptowalny zapis $E_4 = -\frac{13{,}6}{4^2}\ \mathrm{eV}$

albo

wystarczy zapis $E_2 \approx -3{,}4\ \mathrm{eV}$ lub akceptowalny zapis $E_2 = -\frac{13{,}6}{2^2}\ \mathrm{eV}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Energię atomu wodoru w stanie $n = 4$ oznaczymy jako E_4, a energię atomu wodoru w stanie $n = 2$ oznaczymy jako E_2. Energię emitowanego fotonu oznaczymy jako E_{42}.

Wykorzystamy zasadę zachowania energii dla układu atom – foton. Zgodnie z powyższymi oznaczeniami oraz zgodnie z założeniem zadania energia układu w stanie początkowym jest równa energii układu w stanie końcowym (energię kinetyczną odrzutu atomu pomijamy):

$$1)\quad E_4 = E_2 + E_{42} \quad \rightarrow$$

$$2)\quad E_{42} = E_4 - E_2$$

Wykorzystamy wzór na energię atomu wodoru znajdującego się na n-tym poziomie (stanie) energetycznym:

$$3)\quad E_{42} = \frac{E_1}{4^2} - \frac{E_1}{2^2} \quad \rightarrow$$

$$4)\quad E_{42} \approx \frac{-13{,}606\ \mathrm{eV}}{4^2} - \frac{-13{,}606\ \mathrm{eV}}{2^2} = 2{,}551\ldots\ \mathrm{eV} \approx 2{,}55\ \mathrm{eV}$$

Zadanie 12.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) […] opisuje rozpady alfa […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu α jądra plutonu $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej **oraz** zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka, którego jądro powstaje: $^{234}_{92}\mathrm{U}$ albo U albo *uran*

1 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu α jądra plutonu $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej powstałego jądra

LUB

– poprawne zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka X: *uran* albo U albo $^{234}_{92}\mathrm{U}$

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Sposób 1.

$$^{238}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{X} + \alpha$$

symbol (lub nazwa) pierwiastka X: $^{234}_{92}\mathrm{U}$

Sposób 2.

$$^{238}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{X} + \alpha$$

symbol (lub nazwa) pierwiastka X: U

Sposób 3.

$$^{238}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{X} + \alpha$$

symbol (lub nazwa) pierwiastka X: *uran*

Zadanie 12.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł.	Zdający: II.15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał; II.20) posługuje się pojęciami […] energii kinetycznej […]. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe […]; XII.9) […] opisuje rozpady alfa […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu energii kinetycznych jądra X i cząstki α **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego: $\frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{1}{58{,}5}$ albo $\frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} \approx 0{,}017$

2 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu układu (przed i po rozpadzie jądra $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$) z uwzględnieniem wartości pędów jądra X i cząstki α i z uwzględnieniem zwrotów prędkości/pędów jądra X i cząstki α **oraz** poprawne zapisanie stosunku energii kinetycznych jądra X i cząstki α z uwzględnieniem wzorów na energie kinetyczne, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_{\mathrm{X}}v_{\mathrm{X}} - m_{\alpha}v_{\alpha} = 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{m_{\mathrm{X}}v_{\mathrm{X}}^2}{m_{\alpha}v_{\alpha}^2}$$

albo

$$p_{\mathrm{X}} - p_{\alpha} = 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{p_{\mathrm{X}}^2}{2m_{\mathrm{X}}}}{\frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}}}$$

1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania pędu układu (przed i po rozpadzie jądra $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$) z uwzględnieniem wartości pędów jądra X i cząstki α i z uwzględnieniem zwrotów prędkości/pędów jądra X i cząstki α, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_{\mathrm{X}}v_{\mathrm{X}} - m_{\alpha}v_{\alpha} = 0 \;\; (\text{lub } m_{\mathrm{X}}v_{\mathrm{X}} = m_{\alpha}v_{\alpha}) \quad \text{albo} \quad p_{\mathrm{X}} - p_{\alpha} = 0 \;\; (\text{lub } p_{\mathrm{X}} = p_{\alpha})$$

LUB

– poprawne zapisanie stosunku energii kinetycznych jądra X i cząstki α z uwzględnieniem wzorów na energie kinetyczne, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{m_{\mathrm{X}}v_{\mathrm{X}}^2}{2}}{\frac{m_{\alpha}v_{\alpha}^2}{2}} \quad \text{albo} \quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{p_{\mathrm{X}}^2}{2m_{\mathrm{X}}}}{\frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Zapiszemy wyrażenie pozwalające wyznaczyć iloraz energii kinetycznych jądra X i cząstki α:

$$1)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{1}{2}m_{\mathrm{X}}v_{\mathrm{X}}^2}{\frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha}^2} = \frac{m_{\mathrm{X}}v_{\mathrm{X}}^2}{m_{\alpha}v_{\alpha}^2}$$

Obliczymy stosunek prędkości tych jąder. W tym celu skorzystamy z zasady zachowania pędu. Pęd układu przed rozpadem (pęd jądra $^{238}_{94}\mathrm{Pu}$) jest równy zero, a pęd układu po rozpadzie jest równy wektorowej sumie pędów jądra X i cząstki α:

$$2)\quad \vec{p}_{\mathrm{Pu}} = \vec{p}_{\mathrm{X}} + \vec{p}_{\alpha} \quad \rightarrow \quad 3)\ 0 = m_{\mathrm{X}}v_{\mathrm{X}} - m_{\alpha}v_{\alpha} \quad \rightarrow \quad 4)\ \frac{v_{\mathrm{X}}}{v_{\alpha}} = \frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{X}}}$$

Równanie uzyskane w pkt 4) podstawimy do wzoru w pkt 1) i w ten sposób wyznaczymy stosunek energii kinetycznych jądra X i cząstki α w zależności od ich mas:

$$5)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{m_{\mathrm{X}}}{m_{\alpha}} \cdot \left(\frac{v_{\mathrm{X}}}{v_{\alpha}}\right)^2 = \frac{m_{\mathrm{X}}}{m_{\alpha}} \cdot \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{X}}}\right)^2 = \frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{X}}}$$

Do prawej strony równania podstawimy dane liczbowe:

$$6)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{1}{58{,}5} \approx 0{,}017$$

Sposób 2.

Zapiszemy wyrażenie pozwalające wyznaczyć iloraz energii kinetycznych jądra X i cząstki α:

$$1)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{p_{\mathrm{X}}^2}{2m_{\mathrm{X}}}}{\frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}}}$$

Skorzystamy z zasady zachowania pędu. Pęd układu przed rozpadem jest równy zero, a pęd układu po rozpadzie jest równy wektorowej sumie pędów jądra X i cząstki α:

$$2)\quad \vec{p}_{\mathrm{Pu}} = \vec{p}_{\mathrm{X}} + \vec{p}_{\alpha} \quad \rightarrow \quad 3)\ 0 = p_{\mathrm{X}} - p_{\alpha} \quad \rightarrow \quad 4)\ p_{\mathrm{X}} = p_{\alpha}$$

Równanie uzyskane w pkt 4) wykorzystamy we wzorze w pkt 1) i w ten sposób wyznaczymy stosunek energii kinetycznych jądra X i cząstki α w zależności od ich mas:

$$5)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{\frac{p_{\mathrm{X}}^2}{2m_{\mathrm{X}}}}{\frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}}} = \frac{\frac{1}{2m_{\mathrm{X}}}}{\frac{1}{2m_{\alpha}}} = \frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{X}}}$$

Do prawej strony równania podstawimy dane liczbowe:

$$6)\quad \frac{E_{kin\,\mathrm{X}}}{E_{kin\,\alpha}} = \frac{1}{58{,}5} \approx 0{,}017$$

Zadanie 12.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych i źródeł internetowych, oraz ocenianie wiarygodności źródeł. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.15) […] zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. II.20) posługuje się pojęciami […] mocy […]. VI.2) rozróżnia przekaz energii w postaci ciepła między układami o różnych temperaturach i przekaz energii w formie pracy. XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu; oblicza liczbę jąder izotopu promieniotwórczego, które pozostają w próbce po dowolnym czasie […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia czasu połowicznego rozpadu izotopu plutonu ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w latach i zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących: $T \approx 88\ \mathrm{lat}$

Uwaga! W <u>tym zadaniu</u>, jeśli zdający stosuje poprawną metodę i otrzymuje wynik liczbowy w latach, pozostawiając go niezaokrąglonym do dwóch cyfr znaczących, to może otrzymać 3 pkt pod warunkiem, że ten wynik po zaokrągleniu dałby wartość $\boldsymbol{T \approx 88\ lat}$.

2 pkt – poprawne zapisanie jednego równania, z którego bezpośrednio można obliczyć T, wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego i warunku zadania **oraz** prawidłowe uwzględnienie danych liczbowych w tym równaniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{96{,}13\ \mathrm{J/s}}{100\ \mathrm{J/s}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5\ \mathrm{lat}}{T}} \qquad \text{albo} \qquad 0{,}9613 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5\ \mathrm{lat}}{T}}$$

LUB

– poprawne zapisanie jednego równania, z którego bezpośrednio można obliczyć T, wynikającego z prawa rozpadu promieniotwórczego i warunku zadania **oraz** przekształcenie tego równania i <u>wyznaczenie</u> $\frac{t}{T}$:

$$\frac{P_t}{P_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{P_t}{P_0}\right)$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania prawa rozpadu promieniotwórczego (z uwzględnieniem poprzez oznaczenie czasu połowicznego rozpadu) **oraz** poprawne zapisanie/wykorzystanie warunku zadania o proporcjonalności mocy cieplnej do liczby jąder, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{N_t}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{P_t}{P_0} = \frac{N_t}{N_0}$$

albo (w jednym równaniu)

$$\frac{P_t}{P_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \text{albo} \qquad P(t) \propto \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Z prawa rozpadu promieniotwórczego wynika, że:

$$1)\quad \frac{N_t}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie N_0 jest liczbą jąder izotopu plutonu ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ w próbce $\mathcal{Z}$ w chwili $t_0 = 0$, a N_t jest liczbą jąder izotopu plutonu ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ w tej próbce w chwili t. Ponieważ moc cieplna wytwarzana przez próbkę $\mathcal{Z}$ jest wprost proporcjonalna do liczby jąder izotopu plutonu ${}^{238}_{94}\mathrm{Pu}$ pozostających w próbce $\mathcal{Z}$, to:

$$2)\quad \frac{P_t}{P_0} = \frac{N_t}{N_0}$$

Z równań 1) i 2) wynika, że

$$3)\quad \frac{P_t}{P_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Podstawimy dane liczbowe zadania i rozwiążemy równanie względem T:

- przykładowy sposób 1. prowadzenia rachunku

$$4)\quad \frac{96{,}13\ \mathrm{J/s}}{100\ \mathrm{J/s}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5\ \mathrm{lat}}{T}} \quad \rightarrow \quad 0{,}9613 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5\ \mathrm{lat}}{T}}$$

$$5)\quad \frac{5\ \mathrm{lat}}{T} = \log_{\frac{1}{2}} 0{,}9613 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}}$$

$$6)\quad T = \frac{5\ \mathrm{lat}}{\log_{\frac{1}{2}} 0{,}9613} = 87{,}80\ldots\ \mathrm{lat} \approx 88\ \mathrm{lat}$$

- przykładowy sposób 2. prowadzenia rachunku

$$4)\quad \frac{96{,}13\ \mathrm{J/s}}{100\ \mathrm{J/s}} = 2^{-\frac{5\ \mathrm{lat}}{T}} \quad \rightarrow \quad \frac{100\ \mathrm{J/s}}{96{,}13\ \mathrm{J/s}} = 2^{\frac{5\ \mathrm{lat}}{T}}$$

$$5)\quad \frac{5\ \mathrm{lat}}{T} \approx \log_2 1{,}04026 \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}}$$

$$6)\quad T = \frac{5\ \mathrm{lat}}{\log_2 1{,}04026} = 87{,}80\ldots\ \mathrm{lat} \approx 88\ \mathrm{lat}$$

- przykładowy sposób 3. prowadzenia rachunku

$$4)\quad \frac{96{,}13\ \mathrm{J/s}}{100\ \mathrm{J/s}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5\ \mathrm{lat}}{T}} \quad \rightarrow \quad 0{,}9613 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5\ \mathrm{lat}}{T}}$$

$$5)\quad \log_{10} 0{,}9613 = \log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5\ \mathrm{lat}}{T}} \quad \rightarrow$$

$$\log_{10} 0{,}9613 = \frac{5\ \mathrm{lat}}{T} \cdot \log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) \quad \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}}$$

$$6)\quad T = 5\ \mathrm{lat} \cdot \frac{\log_{10} 0{,}5}{\log_{10} 0{,}9613} = 87{,}80\ldots\ \mathrm{lat} \approx 88\ \mathrm{lat}$$