Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.



**WPISUJE ZDAJĄCY**

**KOD** **PESEL**

*Miejsce na naklejkę z kodem*

dysleksja

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM PODSTAWOWY

**MAJ 2013**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj <u>tylko długopisu lub pióra</u> z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

**Czas pracy: 170 minut**

**Liczba punktów do uzyskania: 50**

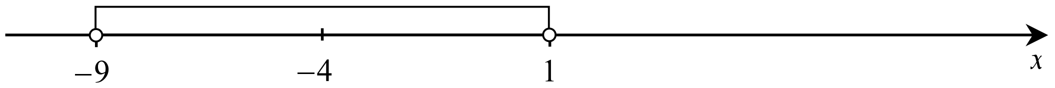
MMA-P1_1P-132

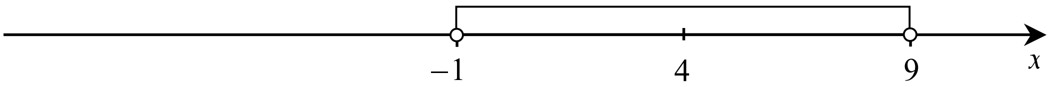
# ZADANIA ZAMKNIĘTE

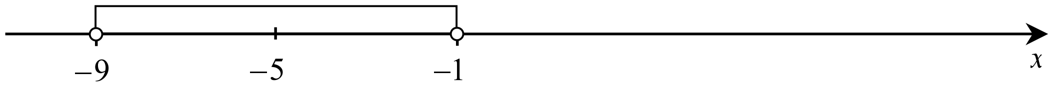
***W zadaniach 1-25 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.***

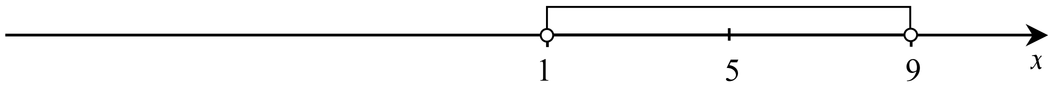
## Zadanie 1. *(1 pkt)*

Wskaż rysunek, na którym zaznaczony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|x+4|<5$.

**A.** 


**B.** 


**C.** 


**D.** 


## Zadanie 2. *(1 pkt)*

Liczby $a$ i $b$ są dodatnie oraz 12% liczby $a$ jest równe 15% liczby $b$. Stąd wynika, że $a$ jest równe

**A.** 103% liczby $b$ **B.** 125% liczby $b$ **C.** 150% liczby $b$ **D.** 153% liczby $b$

## Zadanie 3. *(1 pkt)*

Liczba $\log 100-\log_2 8$ jest równa

**A.** $-2$ **B.** $-1$ **C.** $0$ **D.** $1$

## Zadanie 4. *(1 pkt)*

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases}5x+3y=3\\8x-6y=48\end{cases}$ jest para liczb

**A.** $x=-3$ i $y=4$ **B.** $x=-3$ i $y=6$ **C.** $x=3$ i $y=-4$ **D.** $x=9$ i $y=4$

## Zadanie 5. *(1 pkt)*

Punkt $A=(0,1)$ leży na wykresie funkcji liniowej $f(x)=(m-2)x+m-3$. Stąd wynika, że

**A.** $m=1$ **B.** $m=2$ **C.** $m=3$ **D.** $m=4$

## Zadanie 6. *(1 pkt)*

Wierzchołkiem paraboli o równaniu $y=-3(x-2)^2+4$ jest punkt o współrzędnych

**A.** $(-2,-4)$ **B.** $(-2,4)$ **C.** $(2,-4)$ **D.** $(2,4)$

## Zadanie 7. *(1 pkt)*

Dla każdej liczby rzeczywistej $x$, wyrażenie $4x^2-12x+9$ jest równe

**A.** $(4x+3)(x+3)$ **B.** $(2x-3)(2x+3)$ **C.** $(2x-3)(2x-3)$ **D.** $(x-3)(4x-3)$

# BRUDNOPIS

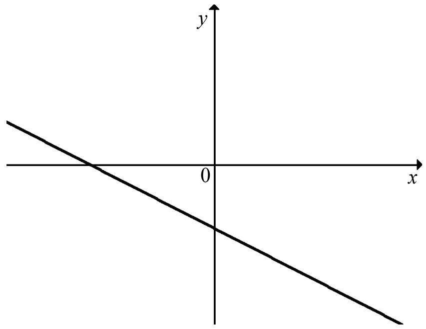
## Zadanie 8. *(1 pkt)*

Prosta o równaniu $y = \frac{2}{m}x + 1$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -\frac{3}{2}x - 1$. Stąd wynika, że

**A.** $m = -3$ **B.** $m = \frac{2}{3}$ **C.** $m = \frac{3}{2}$ **D.** $m = 3$

## Zadanie 9. *(1 pkt)*

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu pewnej funkcji liniowej $y = ax + b$.




Jakie znaki mają współczynniki $a$ i $b$ ?

**A.** $a < 0$ i $b < 0$ **B.** $a < 0$ i $b > 0$ **C.** $a > 0$ i $b < 0$ **D.** $a > 0$ i $b > 0$

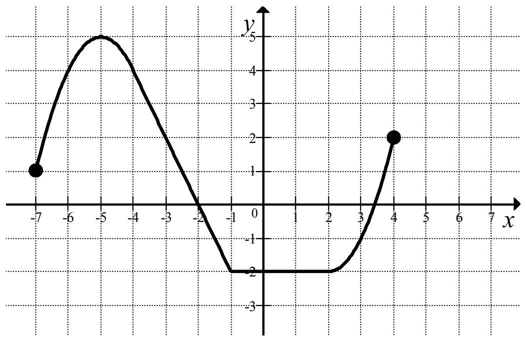
## Zadanie 10. *(1 pkt)*

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x}{2} \le \frac{2x}{3} + \frac{1}{4}$ jest

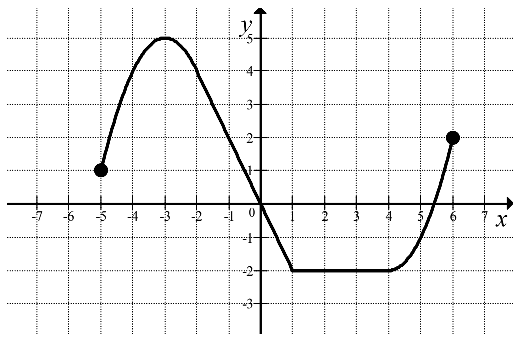
**A.** $-2$ **B.** $-1$ **C.** $0$ **D.** $1$

## Zadanie 11. *(1 pkt)*

Na rysunku 1 przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$ określonej dla $x \in \langle -7, 4 \rangle$.



Rys. 1



Rys. 2

Rysunek 2 przedstawia wykres funkcji

**A.** $y = f(x+2)$ **B.** $y = f(x) - 2$ **C.** $y = f(x-2)$ **D.** $y = f(x) + 2$

## Zadanie 12. *(1 pkt)*

Ciąg $(27, 18, x+5)$ jest geometryczny. Wtedy

**A.** $x = 4$ **B.** $x = 5$ **C.** $x = 7$ **D.** $x = 9$

# BRUDNOPIS

## Zadanie 13. *(1 pkt)*

Ciąg $(a_n)$ określony dla $n \geq 1$ jest arytmetyczny oraz $a_3 = 10$ i $a_4 = 14$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

**A.** $a_1 = -2$ **B.** $a_1 = 2$ **C.** $a_1 = 6$ **D.** $a_1 = 12$

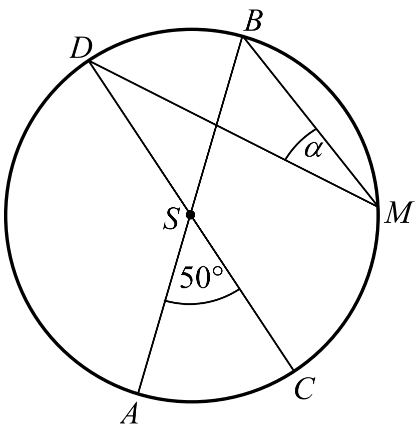
## Zadanie 14. *(1 pkt)*

Kąt $\alpha$ jest ostry i $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Wartość wyrażenia $\cos^2\alpha - 2$ jest równa

**A.** $-\frac{7}{4}$ **B.** $-\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

## Zadanie 15. *(1 pkt)*

Średnice *AB* i *CD* okręgu o środku *S* przecinają się pod kątem $50°$ (tak jak na rysunku).




Miara kąta $\alpha$ jest równa

**A.** $25°$ **B.** $30°$ **C.** $40°$ **D.** $50°$

## Zadanie 16. *(1 pkt)*

Liczba rzeczywistych rozwiązań równania $(x+1)(x+2)(x^2+3) = 0$ jest równa

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

## Zadanie 17. *(1 pkt)*

Punkty $A = (-1, 2)$ i $B = (5, -2)$ są dwoma sąsiednimi wierzchołkami rombu *ABCD*. Obwód tego rombu jest równy

**A.** $\sqrt{13}$ **B.** 13 **C.** 676 **D.** $8\sqrt{13}$

## Zadanie 18. *(1 pkt)*

Punkt $S = (-4, 7)$ jest środkiem odcinka $PQ$, gdzie $Q = (17, 12)$. Zatem punkt $P$ ma współrzędne

**A.** $P = (2, -25)$ **B.** $P = (38, 17)$ **C.** $P = (-25, 2)$ **D.** $P = (-12, 4)$

# BRUDNOPIS

## Zadanie 19. *(1 pkt)*

Odległość między środkami okręgów o równaniach $(x+1)^2+(y-2)^2=9$ oraz $x^2+y^2=10$ jest równa

**A.** $\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{10}-3$ **C.** $3$ **D.** $5$

## Zadanie 20. *(1 pkt)*

Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest o 10 większa od liczby wszystkich jego ścian bocznych. Stąd wynika, że podstawą tego graniastosłupa jest

**A.** czworokąt **B.** pięciokąt **C.** sześciokąt **D.** dziesięciokąt

## Zadanie 21. *(1 pkt)*

Pole powierzchni bocznej stożka o wysokości 4 i promieniu podstawy 3 jest równe

**A.** $9\pi$ **B.** $12\pi$ **C.** $15\pi$ **D.** $16\pi$

## Zadanie 22. *(1 pkt)*

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Niech $p$ oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest równy 5. Wtedy

**A.** $p=\frac{1}{36}$ **B.** $p=\frac{1}{18}$ **C.** $p=\frac{1}{12}$ **D.** $p=\frac{1}{9}$

## Zadanie 23. *(1 pkt)*

Liczba $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ jest równa

**A.** $2\sqrt{2}$ **B.** $2$ **C.** $4$ **D.** $\sqrt{10}-\sqrt{6}$

## Zadanie 24. *(1 pkt)*

Mediana uporządkowanego niemalejąco zestawu sześciu liczb: $1, 2, 3, x, 5, 8$ jest równa 4. Wtedy

**A.** $x=2$ **B.** $x=3$ **C.** $x=4$ **D.** $x=5$

## Zadanie 25. *(1 pkt)*

Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego o wysokości 7 jest równa $28\sqrt{3}$. Długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa jest równa

**A.** 2 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 16

# BRUDNOPIS

# ZADANIA OTWARTE

***Rozwiązania zadań 26-34 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.***

## Zadanie 26. *(2 pkt)*

Rozwiąż równanie $x^3 + 2x^2 - 8x - 16 = 0$.

Odpowiedź: ........................................................................................................................ .

## Zadanie 27. *(2 pkt)*

Kąt $\alpha$ jest ostry i $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin^2\alpha - 3\cos^2\alpha$.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>26.</td><td>27.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td></tr>
</table>

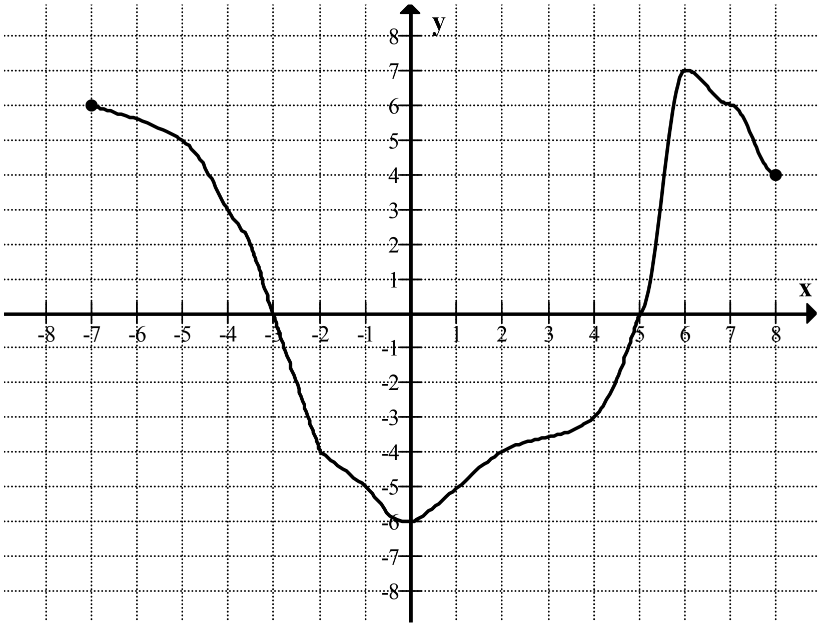
## Zadanie 28. *(2 pkt)*

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x, y, z$ takich, że $x + y + z = 0$, prawdziwa jest nierówność $xy + yz + zx \le 0$.

Możesz skorzystać z tożsamości $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$.

## Zadanie 29. *(2 pkt)*

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $f(x)$ określonej dla $x \in \langle -7, 8 \rangle$.




Odczytaj z wykresu i zapisz:

a) największą wartość funkcji $f$ ,

b) zbiór rozwiązań nierówności $f(x) < 0$ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 28. | 29. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

## Zadanie 30. *(2 pkt)*

Rozwiąż nierówność $2x^2 - 7x + 5 \geq 0$.

Odpowiedź: ................................................................................................................................ .

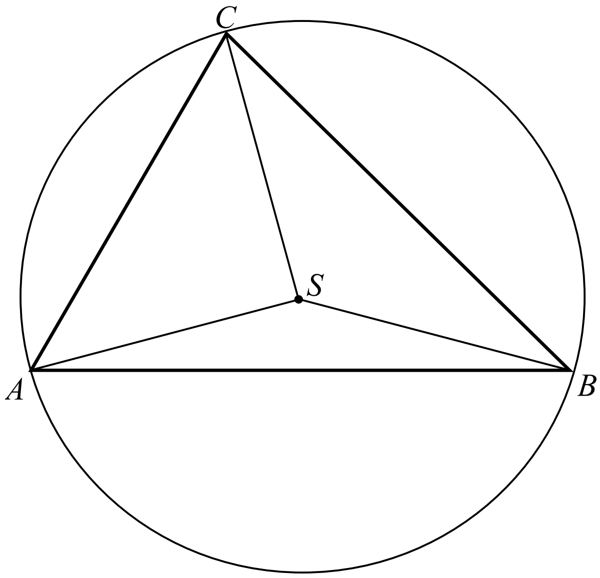
## Zadanie 31. *(2 pkt)*

Wykaż, że liczba $6^{100} - 2 \cdot 6^{99} + 10 \cdot 6^{98}$ jest podzielna przez 17.

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 30. | 31. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

## Zadanie 32. *(4 pkt)*

Punkt $S$ jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym $ABC$. Kąt $ACS$ jest trzy razy większy od kąta $BAS$, a kąt $CBS$ jest dwa razy większy od kąta $BAS$. Oblicz kąty trójkąta $ABC$.



Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 32. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 33. *(4 pkt)*

Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 100 $cm^2$, a jego pole powierzchni bocznej jest równe 260 $cm^2$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 33. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 34. *(5 pkt)*

Dwa miasta łączy linia kolejowa o długości $336$ kilometrów. Pierwszy pociąg przebył tę trasę w czasie o $40$ minut krótszym niż drugi pociąg. Średnia prędkość pierwszego pociągu na tej trasie była o $9$ km/h większa od średniej prędkości drugiego pociągu. Oblicz średnią prędkość każdego z tych pociągów na tej trasie.

Odpowiedź: ................................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 34. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

# BRUDNOPIS