CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny *Formuła 2015*

MATEMATYKA
Poziom podstawowy

Symbol arkusza
EMAP-P0-100-2408

DATA: **20 sierpnia 2024 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS TRWANIA: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

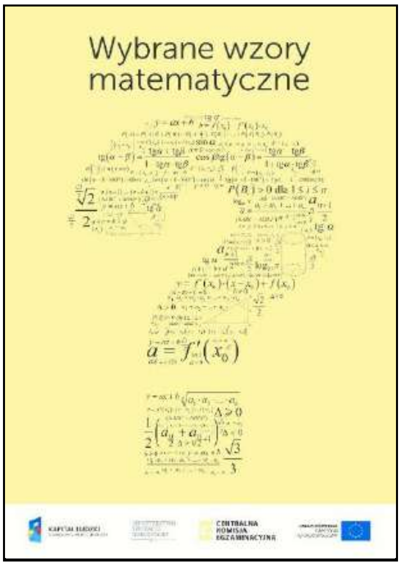
Uprawnienia zdającego do:
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia odpowiedzi na kartę.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–36). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–29) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (30–36) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

W każdym z zadań od 1. do 29. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Komputer początkowo kosztował 2950 zł. Po trzech miesiącach jego cenę obniżono o 20%. Po kolejnym miesiącu nową cenę obniżono o kolejnych 20%.

Cena komputera po tych dwóch obniżkach jest równa

A. 2360 zł **B.** 1888 zł **C.** 2832 zł **D.** 1770 zł

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\left(\frac{4}{25}\right)^{-0{,}5}$ jest równa

A. $0{,}04$ **B.** $0{,}8$ **C.** $2{,}5$ **D.** $0{,}4$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\log_2 40 - \log_2 5$ jest równa

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 8

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)$ jest równa

A. 60 **B.** 6 **C.** $\sqrt{60}$ **D.** 0

Zadanie 5. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$\frac{3(6-x)}{17} \leq 3$$

jest przedział

A. $(-\infty, -11)$ **B.** $(-\infty, -11\rangle$ **C.** $(-11, +\infty)$ **D.** $\langle -11, +\infty)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 6. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-1}{2x-6} = \frac{4}{7}$ jest liczba

A. (-5) **B.** (-2) **C.** 1 **D.** 17

Zadanie 7. (0–1)

Równanie $\frac{x(x+5)(2-x)}{2x+4} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. dwa rozwiązania: (-5) oraz 2.

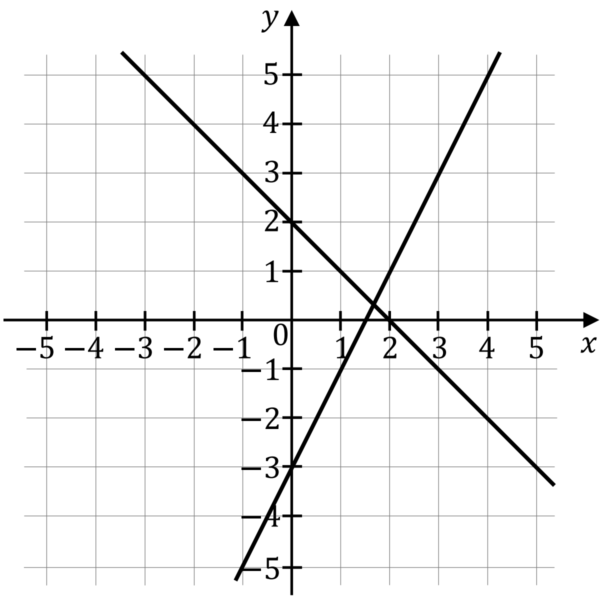
B. dwa rozwiązania: (-5) oraz 0.

C. trzy rozwiązania: (-5), 0 oraz 2.

D. cztery rozwiązania: (-5), (-2), 0 oraz 2.

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku, w układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono interpretację geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.



Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -2x - 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Informacja do zadań 9.–10.

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	-3	-4	4	1	5	0	2

Zadanie 9. (0–1)

Największa wartość funkcji f jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Zadanie 10. (0–1)

Miejsce zerowe funkcji f jest równe

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Informacja do zadań 11.–12.

Pusta bańka na mleko o pojemności 10 litrów ma masę $6{,}5$ kg.
Jeden litr mleka ma masę $1{,}03$ kg.
Niech x oznacza liczbę litrów mleka w tej bańce, a $g(x)$ oznacza wyrażoną w kilogramach masę bańki wraz z mlekiem, gdzie $x \in \langle 0, 10 \rangle$.

Zadanie 11. (0–1)

Największa wartość funkcji g jest równa

A. $16{,}8$ **B.** $15{,}8$ **C.** $11{,}3$ **D.** $10{,}3$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja g jest określona wzorem

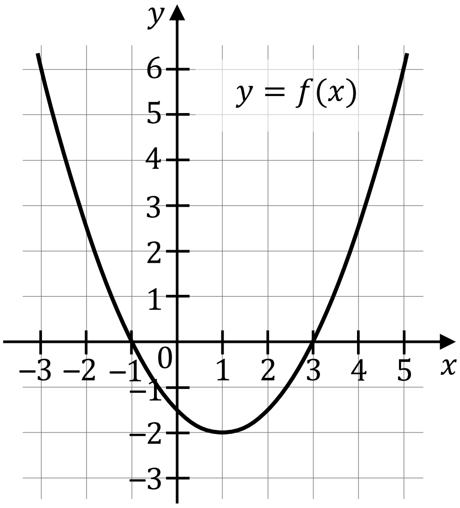
A. $g(x) = 6{,}5x + 1{,}03$ **B.** $g(x) = 1{,}03x + 10$

C. $g(x) = 10x + 1{,}03$ **D.** $g(x) = 1{,}03x + 6{,}5$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Informacja do zadań 13.–15.

Na rysunku, w układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli oraz punkty przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.



Zadanie 13. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, -2\rangle$ **B.** $\langle 1, +\infty)$ **C.** $\langle -1, 3\rangle$ **D.** $\langle -2, +\infty)$

Zadanie 14. (0–1)

Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x = 1$ **B.** $y = 1$ **C.** $x = -2$ **D.** $y = -2$

Zadanie 15. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem

A. $f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 2$

B. $f(x) = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + 2$

C. $f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - 2$

D. $f(x) = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 2$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 16. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(2m-5,\ 4,\ 9)$ jest arytmetyczny.

Liczba m jest równa

A. (-1) **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\frac{61}{18}$

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_2 = 2$ oraz $a_5 = 54$.

Iloraz ciągu (a_n) jest równy

A. 3 **B.** 9 **C.** $\frac{52}{3}$ **D.** 27

Zadanie 18. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
Suma n początkowych wyrazów tego ciągu wyraża się wzorem $S_n = n^2 + 2n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 5 **B.** 7 **C.** 13 **D.** 15

Zadanie 19. (0–1)

W trójkącie prostokątnym ABC sinus kąta CAB jest równy $\frac{3}{5}$, a przeciwprostokątna AB jest o 8 dłuższa od przyprostokątnej BC.

Długość przeciwprostokątnej AB tego trójkąta jest równa

A. 18 **B.** 20 **C.** 24 **D.** 25

Zadanie 20. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\cos\alpha = \frac{24}{25}$.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{7}{18}$ **B.** $\frac{7}{24}$ **C.** $\frac{7}{25}$ **D.** $\frac{18}{25}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 21. (0–1)

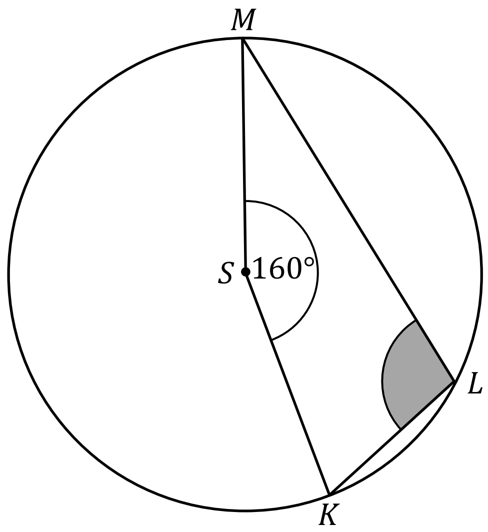
Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 5$, $|AC| = 2$ oraz $\sin|\sphericalangle BAC| = \frac{3}{5}$.

Pole trójkąta ABC jest równe

A. 3 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 10

Zadanie 22. (0–1)

Punkty K, L oraz M leżą na okręgu o środku w punkcie S. Miara kąta KSM jest równa $160°$ (zobacz rysunek).



Miara kąta wpisanego KLM jest równa

A. $80°$ **B.** $90°$ **C.** $100°$ **D.** $110°$

Zadanie 23. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k\colon\ y = (3m - 2)x - 2$$

$$l\colon\ y = (2m + 4)x + 2$$

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. (-6) **B.** (-2) **C.** 2 **D.** 6

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 24. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (-4, 7)$ oraz $B = (6, -1)$ jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Środkiem okręgu $\mathcal{O}$ jest punkt o współrzędnych

A. $(1, 3)$ **B.** $(5, -4)$ **C.** $(1, -3)$ **D.** $(5, 4)$

Zadanie 25. (0–1)

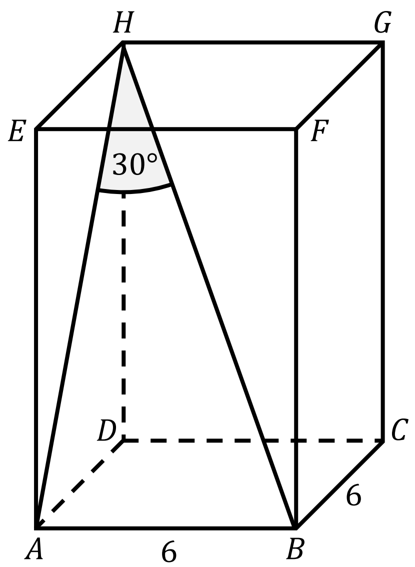
Liczba wszystkich ścian ostrosłupa prawidłowego jest równa 12.

Liczba wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa jest równa

A. 10 **B.** 11 **C.** 12 **D.** 13

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym podstawy $ABCD$ i $EFGH$ są kwadratami o boku długości 6. Przekątna BH tego prostopadłościanu tworzy z przekątną AH ściany bocznej $ADHE$ kąt o mierze $30°$ (zobacz rysunek).



Przekątna BH tego prostopadłościanu ma długość równą

A. $4\sqrt{3}$ **B.** $6\sqrt{3}$ **C.** 12 **D.** $12\sqrt{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 27. (0–1)

Długości trzech wychodzących z jednego wierzchołka krawędzi prostopadłościanu są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi parzystymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość 10.

Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe

A. 376 **B.** 466 **C.** 480 **D.** 720

Zadanie 28. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfra dziesiątek jest o 3 większa od cyfry jedności, jest

A. 3 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 13

Zadanie 29. (0–1)

W tabeli zestawiono liczbę punktów uzyskanych przez 32 uczniów pewnej klasy za rozwiązanie jednego z zadań testu z matematyki.

Liczba punktów	0	1	2	3	4	5
Liczba uczniów	2	2	5	6	11	6

Średnia arytmetyczna liczby punktów uzyskanych za rozwiązanie tego zadania przez uczniów tej klasy jest równa

A. $2{,}5$ **B.** $3{,}25$ **C.** $3{,}31$ **D.** 4

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 30. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$x(x+2) \leq 3$$

Zadanie 31. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y takich, że $x \neq 2y$, prawdziwa jest nierówność

$$x^2 + 4y^2 - 4 > 4(xy - 1)$$

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>30.</td><td>31.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 32. (0–2)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$.

W układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji $y = f(x)$ jest prostą, która jest nachylona do osi Ox pod kątem ostrym α i przecina oś Oy w punkcie P.

Oblicz sinus kąta α <u>oraz</u> drugą współrzędną punktu P.

Zadanie 33. (0–2)

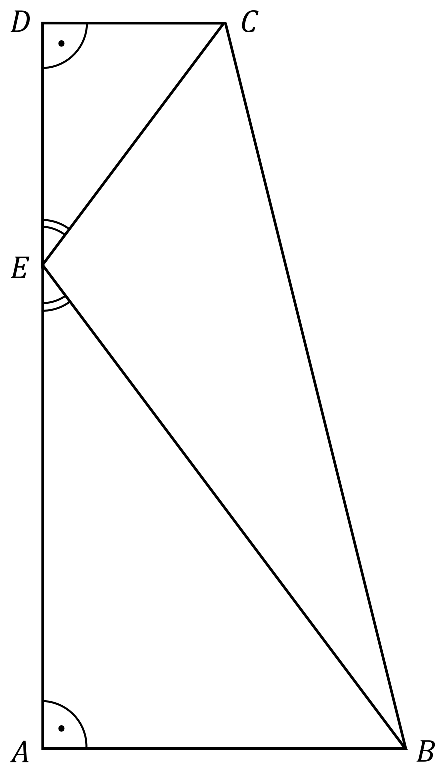
Ciąg $(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4)$ jest arytmetyczny.
Suma pierwszego i drugiego wyrazu jest o 12 większa od sumy trzeciego i czwartego wyrazu tego ciągu.

Oblicz różnicę tego ciągu.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	32.	33.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 34. (0–2)

Podstawy trapezu prostokątnego $ABCD$ mają długości: $|AB| = 12$ oraz $|CD| = 6$. Wysokość AD tego trapezu ma długość 24. Na odcinku AD leży punkt E taki, że $|\sphericalangle BEA| = |\sphericalangle CED|$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka BE.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	34.
	Maks. liczba pkt	2
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 35. (0–2)

Dane są dwa zbiory: $C = \{0,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9\}$ oraz $D = \{1,\ 2,\ 3\}$.
Losujemy jedną liczbę ze zbioru C, a następnie losujemy jedną liczbę ze zbioru D.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie większa od 9.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	35.
	Maks. liczba pkt	2
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 36. (0–5)

W układzie współrzędnych (x, y) przekątne równoległoboku $ABCD$ przecinają się w punkcie $S = (9, 11)$. Bok AB tego równoległoboku zawiera się w prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x - 1$, a bok AD zawiera się w prostej o równaniu $y = 2x - 4$.

Oblicz współrzędne wierzchołka B oraz długość odcinka BS.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	36.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2015

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2015