



Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2010

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce
na naklejkę
z kodem*

☐ dysleksja

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM ROZSZERZONY

CZERWIEC 2013

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**



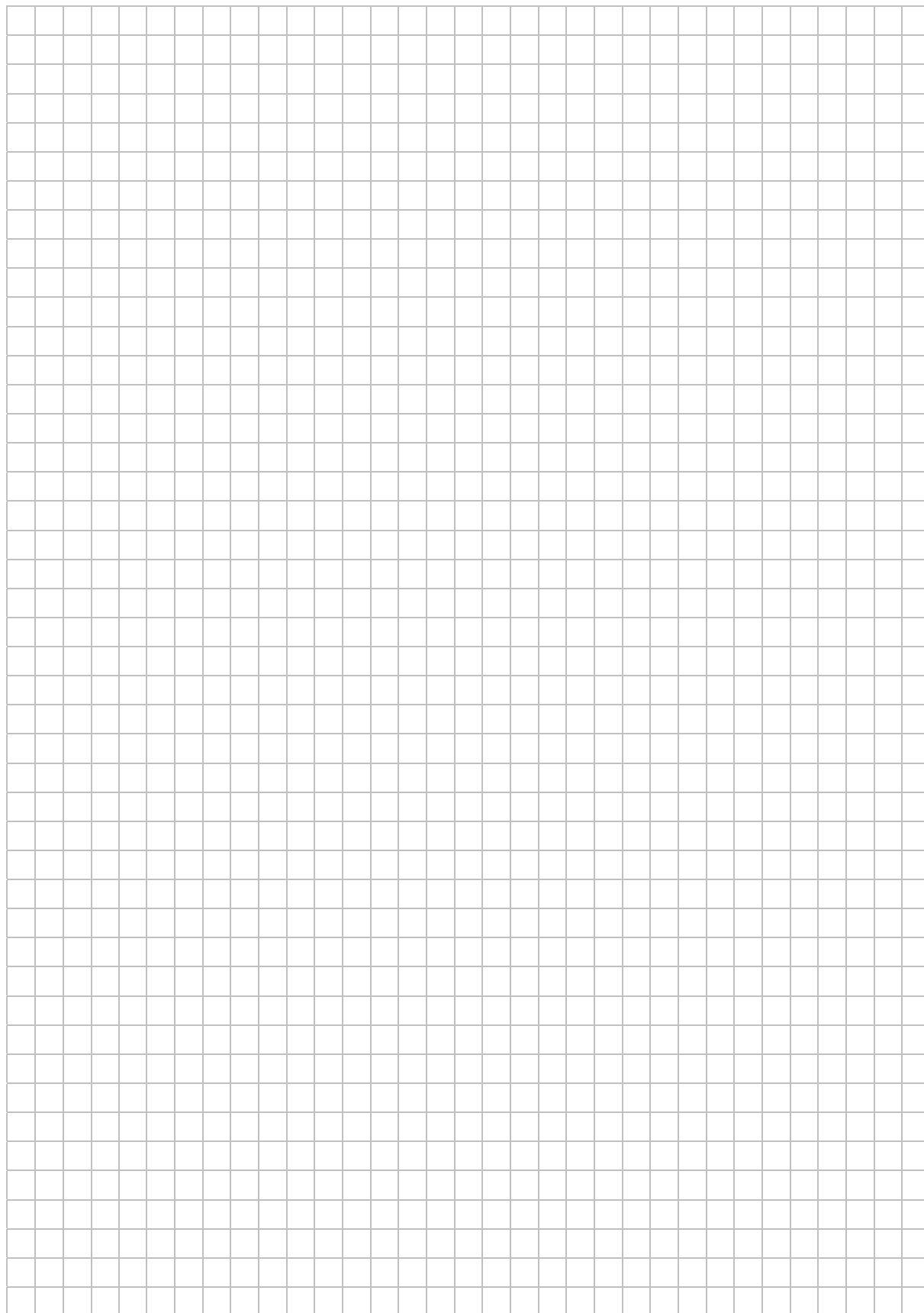
MMA-R1_1P-133

Rozwiąż nierówność $\sqrt{x^2 + 4x + 4} \geq 11 - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

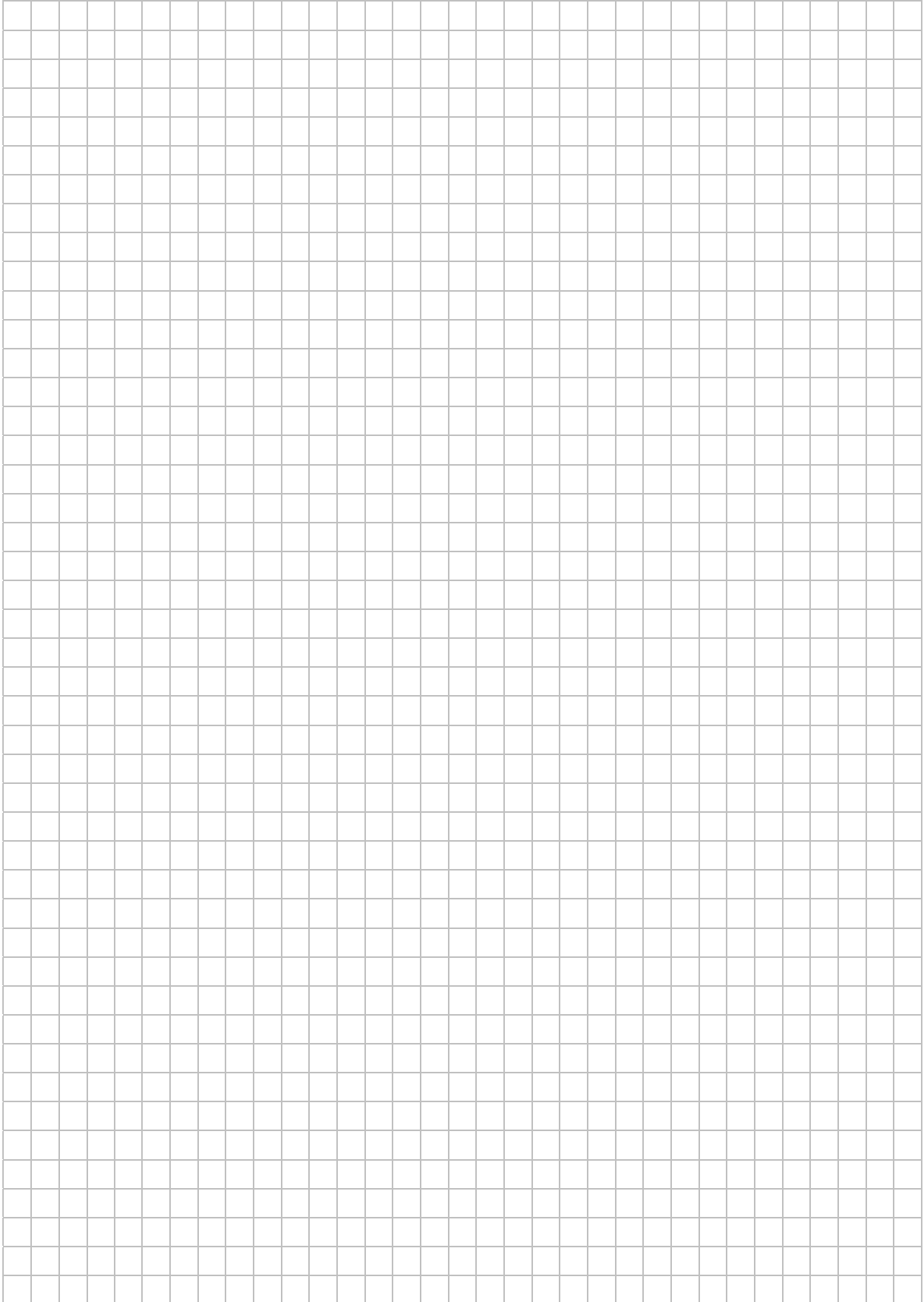
Zadanie 2. (5 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $(m+1)x^2 - 3mx + m+1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki takie, że ich suma jest nie większa niż 2,5.



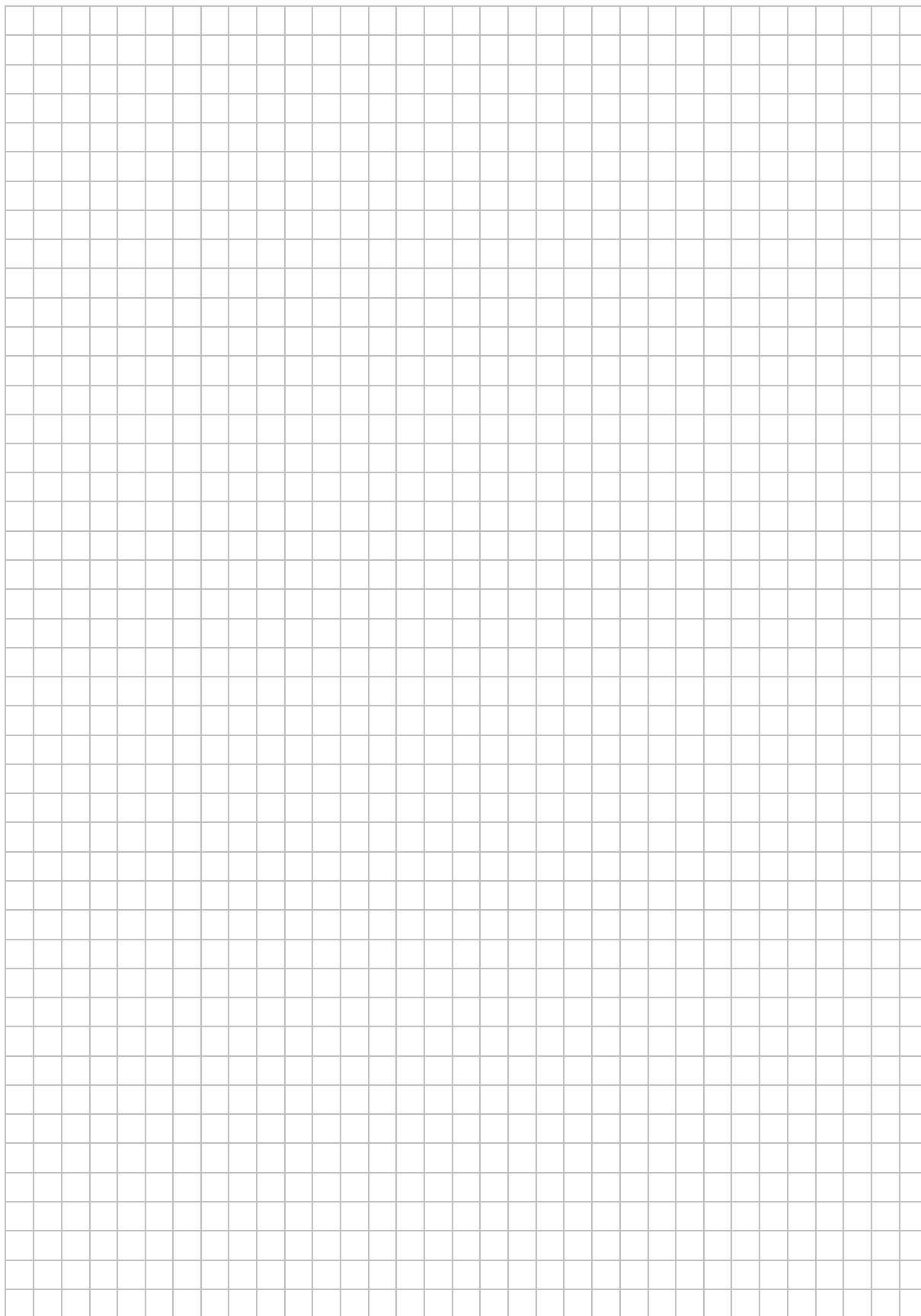
Zadanie 3. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $2\operatorname{tg} x \cdot \cos x + 1 = 2\cos x + \operatorname{tg} x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



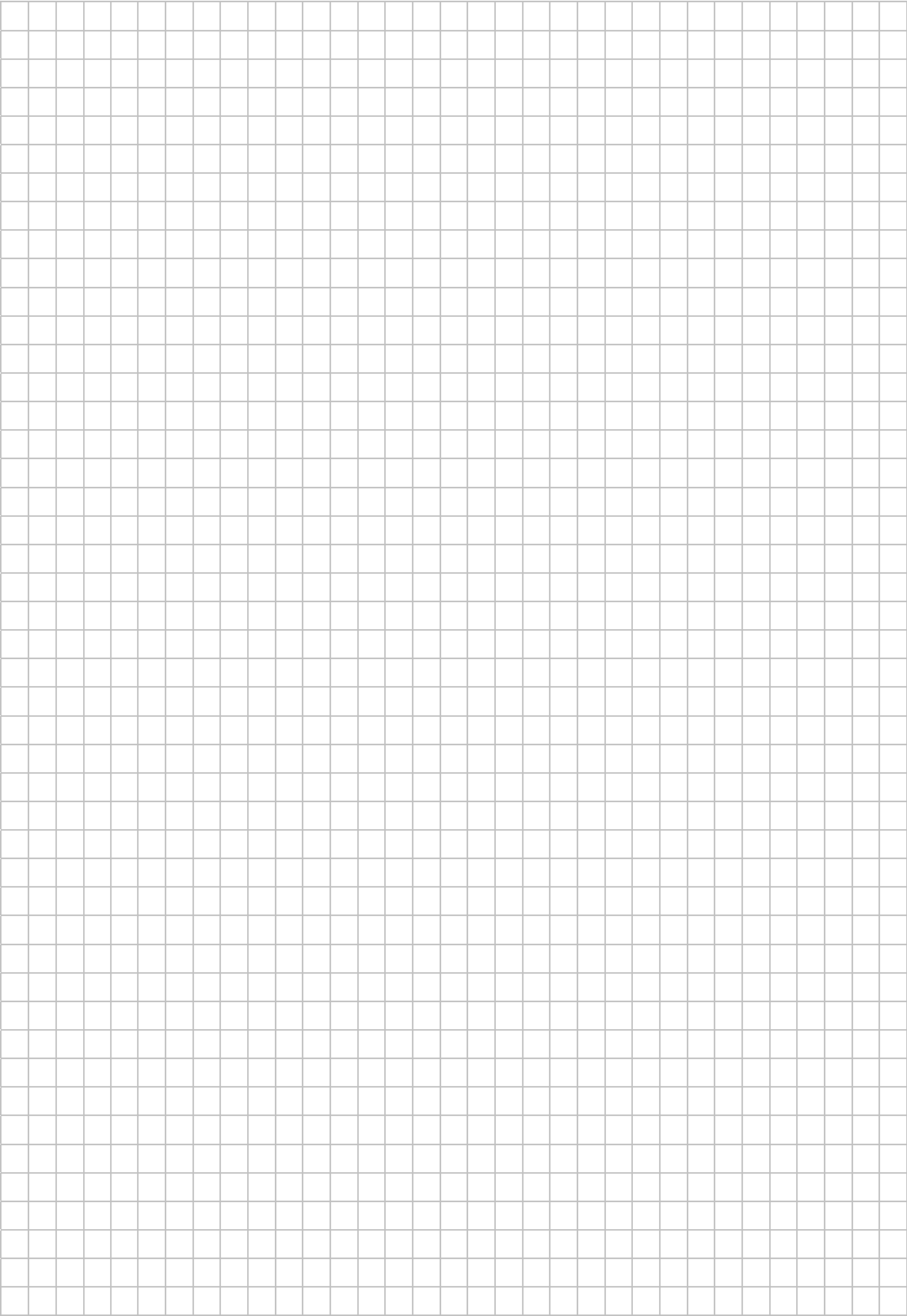
Zadanie 4. (4 pkt)

Wykaż, że prawdziwa jest równość $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = 3$.



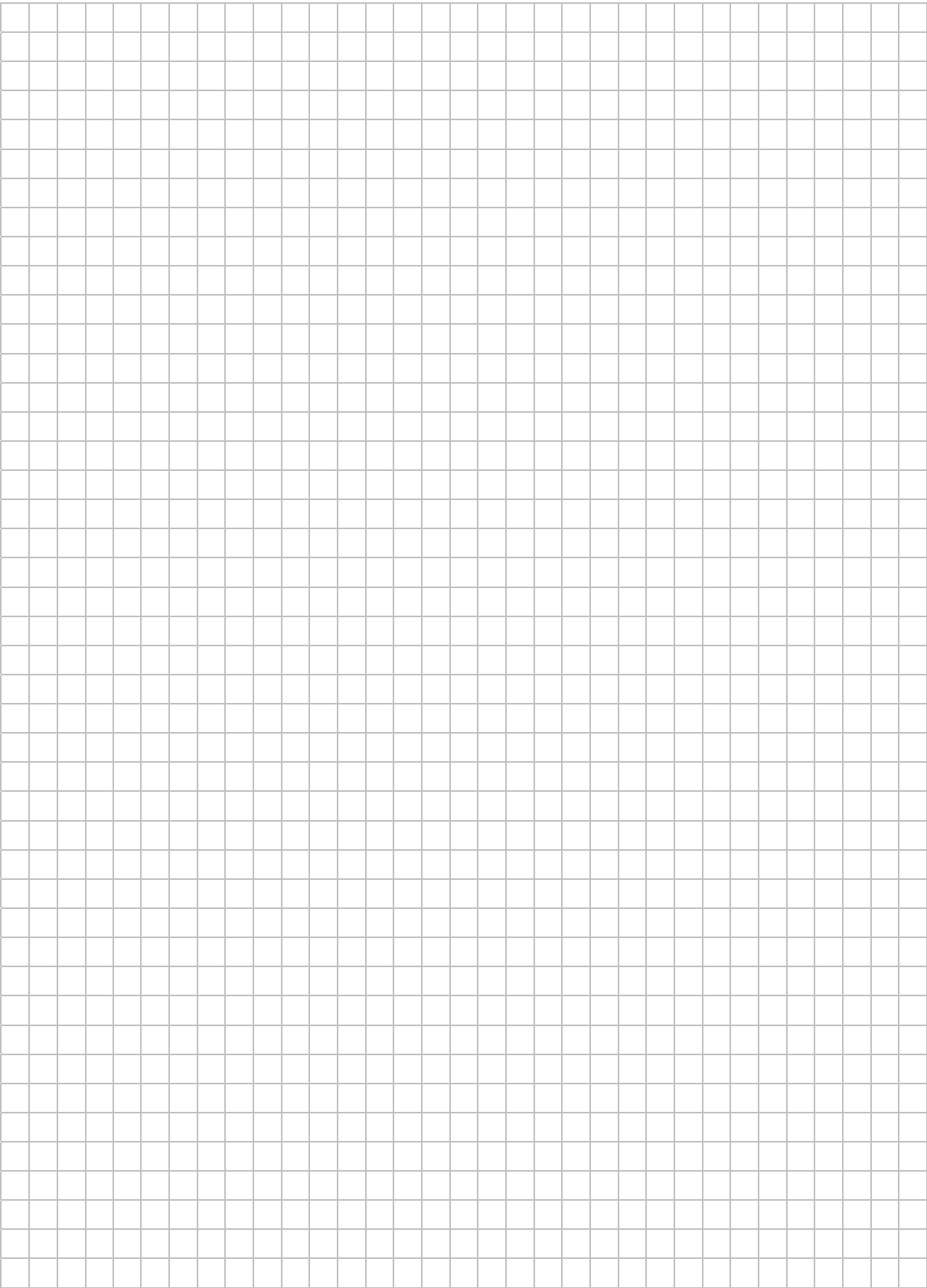
Zadanie 5. (3 pkt)

Uzasadnij, że jeżeli $2a + b \geq 0$, to $2a^3 + b^3 \geq 3a^2b$.



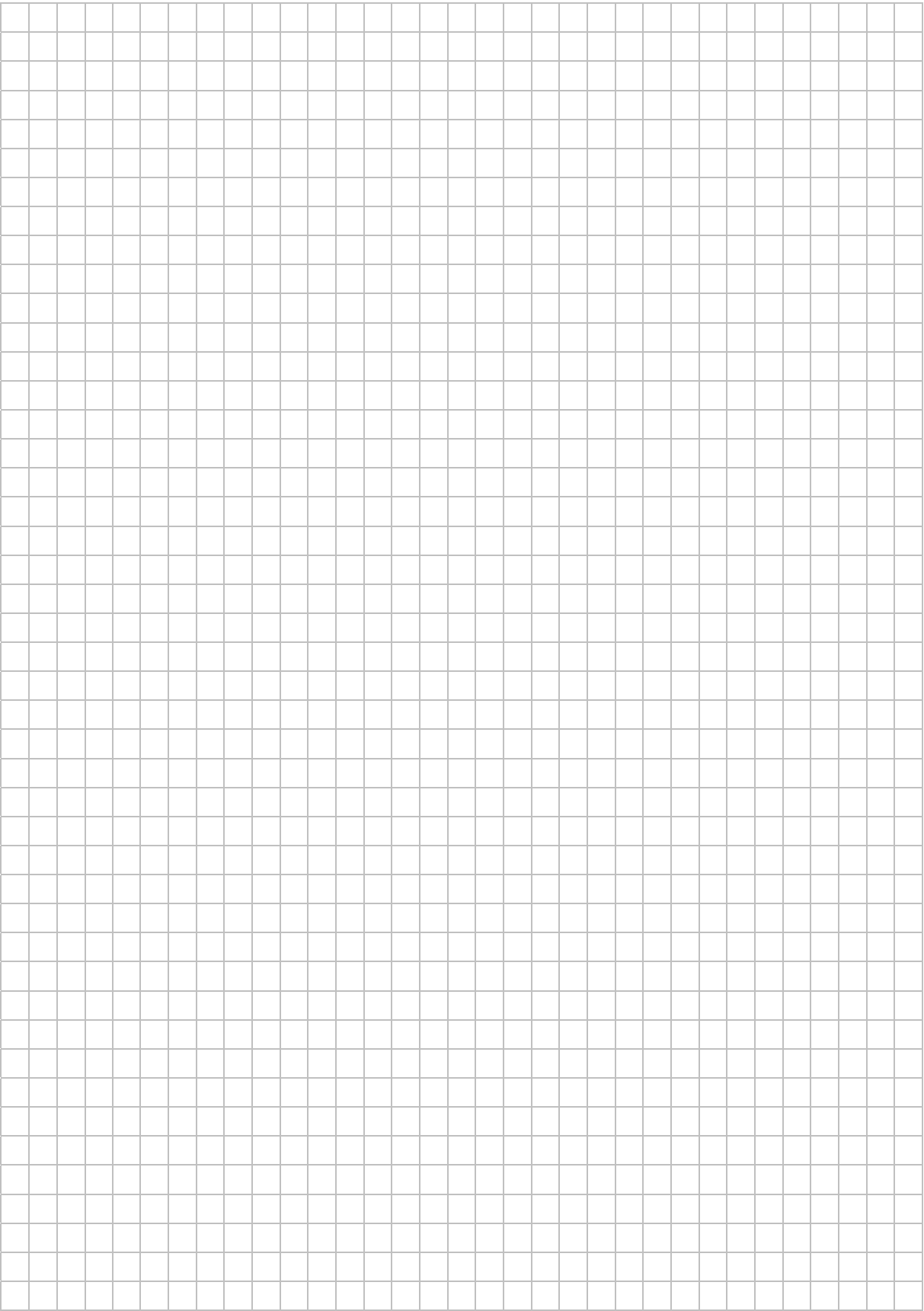
Zadanie 6. (5 pkt)

W równoległoboku $ABCD$ miara kąta ostrego jest równa 30° , a odległości punktu przecięcia się przekątnych od sąsiednich boków równoległoboku są równe 2 i $\sqrt{3}$. Oblicz długość krótszej przekątnej tego równoległoboku.



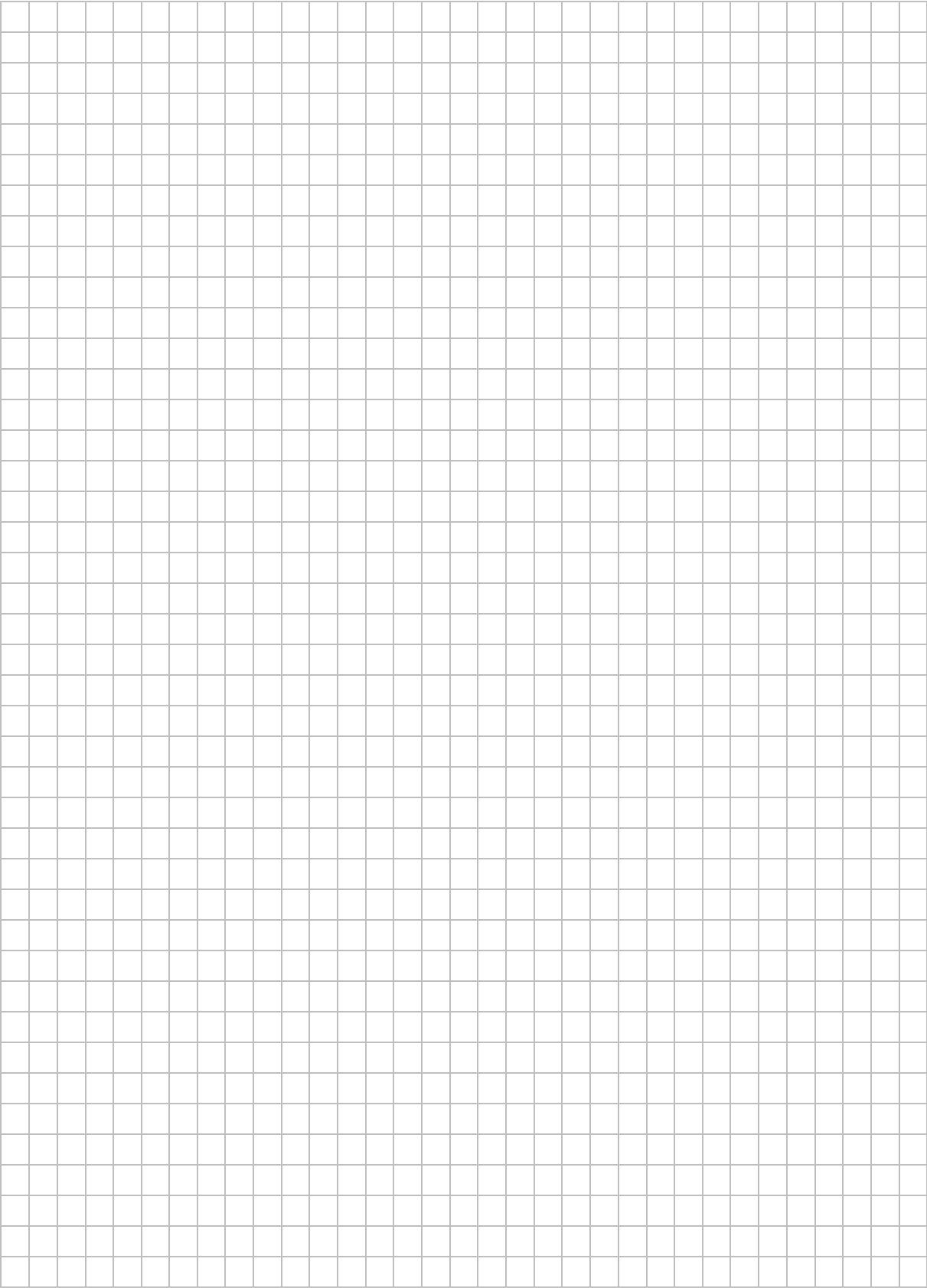
Zadanie 7. (4 pkt)

Punkty $A=(2,0)$ i $B=(4,2)$ leżą na okręgu o równaniu $(x-1)^2+(y-3)^2=10$. Wyznacz na tym okręgu taki punkt C , aby trójkąt ABC był trójkątem równoramiennym o podstawie AB .



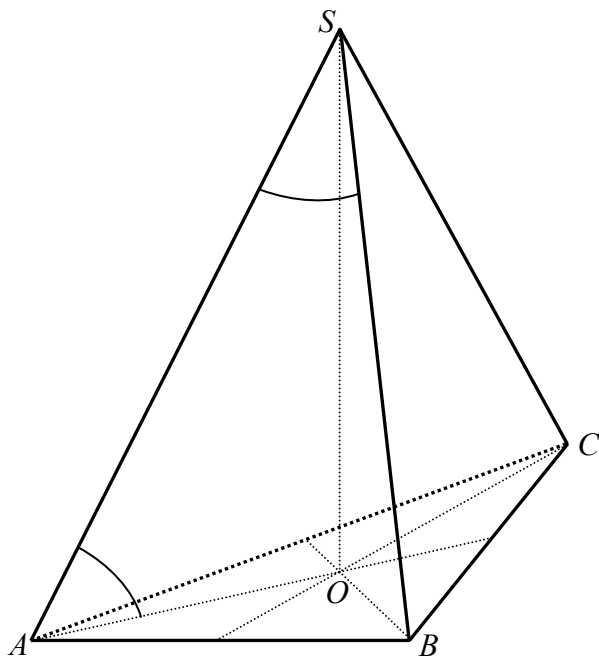
Zadanie 8. (3 pkt)

Wykaż, że dla dowolnego kąta α prawdziwa jest tożsamość $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{1 + \cos^2 2\alpha}{2}$.



Zadanie 9. (5 pkt)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest trójkąt ABC . Kąt nachylenia krawędzi bocznej AS do płaszczyzny podstawy ostrosłupa jest równy kątowi między krawędziami bocznymi AS i BS zawartymi w ścianie bocznej ASB tego ostrosłupa (zob. rysunek). Oblicz kosinus tego kąta.



Uzasadnij, że prawdziwa jest równość $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} = \sqrt{a_1 \cdot a_n}$.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Suma długości dwóch boków trójkąta równa się 4, a kąt między tymi bokami ma miarę 120° . Oblicz najmniejszą wartość sumy kwadratów długości wszystkich boków tego trójkąta.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Pierwiastkami wielomianu stopnia trzeciego są liczby 1, 3, 5. Współczynnik przy najwyższej potędze zmiennej tego wielomianu jest równy $\frac{1}{2}$. Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej wartość tego wielomianu jest liczbą podzielną przez 24.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.