CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny *Formuła 2015*

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza
EMAP-R0-**100**-2506

DATA: **6 czerwca 2025 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

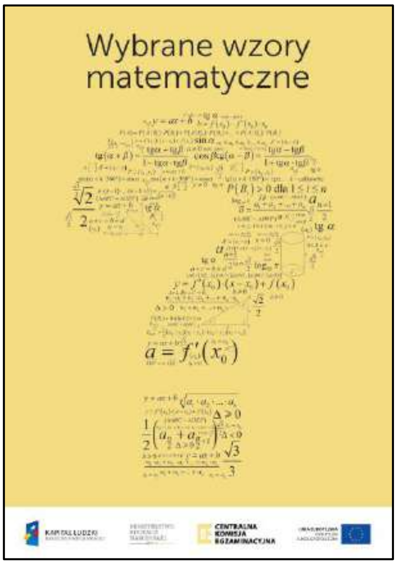
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 29 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, z cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wielomian W jest określony wzorem $W(x) = \left(2\sqrt{3}x - x^2 + 1\right)^2$.
We wzorze ogólnym tego wielomianu $W(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ współczynnik c jest równy

A. (-1) **B.** 10 **C.** 12 **D.** 14

Zadanie 2. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = x^2 + x$. Funkcja kwadratowa g jest określona wzorem $g(x) = x^2 - x$.
Wykres funkcji kwadratowej g można otrzymać poprzez przesunięcie równoległe wykresu funkcji f o wektor

A. $[-1, 0]$ **B.** $[1, 0]$ **C.** $[-1, 1]$ **D.** $[1, -1]$

Zadanie 3. (0–1)

Zbiorem wszystkich wartości m, dla których równanie $|x^2 - x| = m$ z niewiadomą x ma dokładnie dwa różne rozwiązania rzeczywiste, jest

A. $\langle 0, +\infty)$ **B.** $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$ **C.** $\left\langle \frac{1}{4}, +\infty\right)$ **D.** $\{0\} \cup \left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$

Zadanie 4. (0–1)

Granica $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ jest równa

A. $(-\infty)$ **B.** $+\infty$ **C.** (-1) **D.** 1

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 5. (0–2)

W każdym z dwóch pudełek jest 11 kul. W pierwszym pudełku są 4 kule białe i 7 kul czarnych, a w drugim jest 8 kul białych i 3 kule czarne.

Rzucamy sześcienną symetryczną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego do sześciu oczek. Jeżeli wypadnie pięć lub sześć oczek, to losujemy jedną kulę z pierwszego pudełka, w przeciwnym przypadku losujemy jedną kulę z drugiego pudełka.

Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej.

W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – pierwszą, drugą i trzecią cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

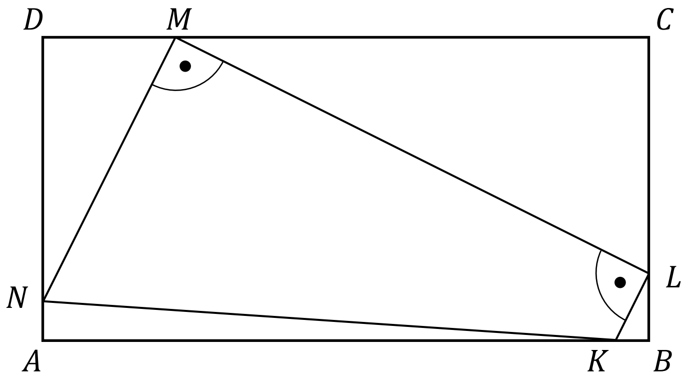
BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 6. (0–3)

Wykaż, że jeżeli $a = \log_2 14$ oraz $b = \log_{\sqrt{2}} 27$, to $\log_7 54 = \dfrac{b+2}{2a-2}$.

Zadanie 7. (0–3)

Dany jest prostokąt $ABCD$, w którym $|AB| = 2 \cdot |AD|$. Na bokach AB, BC, CD oraz DA tego prostokąta obrano punkty – odpowiednio – K, L, M oraz N (przy czym każdy z tych punktów leży na dokładnie jednym boku prostokąta $ABCD$). Czworokąt $KLMN$ jest trapezem prostokątnym (zobacz rysunek), a wysokość LM tego trapezu jest równoległa do przekątnej BD prostokąta.



Wykaż, że stosunek pola trójkąta MDN do pola trójkąta KBL jest równy 16.

Zadanie 8. (0–4)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$x^2 + 2mx + 2m - 1 = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek

$$m(x_1^2 + x_2^2) = 3m \cdot x_1 \cdot x_2 + 2$$

Zadanie 9. (0–4)

Rozwiąż równanie

$$\cos(2x) + 2\cos^2(3x) + \cos(4x) = 0$$

w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.

Zadanie 10. (0–4)

Na czworokącie wypukłym $ABCD$ o bokach długości: $|AB| = 3$, $|BC| = 3$, $|CD| = 5$ oraz $|DA| = 8$, opisano okrąg.

Oblicz promień tego okręgu.

Zadanie 11. (0–4)

Wielomian f zmiennej rzeczywistej x jest określony wzorem $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gdzie $a, b, c \in \mathbb{R}$. Liczba (-2) jest miejscem zerowym tego wielomianu. W układzie współrzędnych (x, y) styczna do wykresu wielomianu f w punkcie A o pierwszej współrzędnej równej (-2) przecina ten wykres w punkcie $P = (1, 9)$.

Wyznacz wzór wielomianu f.

Zadanie 12. (0–5)

Ciąg (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny i rosnący. W tym ciągu $a_6 = 15$ oraz $a_{15} = a_3 \cdot (a_8 - 6)$.

Ciąg (b_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest geometryczny i $b_1 = a_{11}$ oraz $b_2 = a_6$.

Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (b_n).

Zadanie 13. (0–5)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny $ABCD$ o podstawie ABC. Płaszczyzna zawierająca krawędź AB podstawy i prostopadła do krawędzi bocznej CD przecina tę krawędź w punkcie E, przy czym $\frac{|CE|}{|DE|} = \frac{3}{11}$.

Oblicz stosunek pola powierzchni całkowitej tego ostrosłupa do pola podstawy ABC.

Zadanie 14. (0–6)

W układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$ o wierzchołkach $A = (-8, -1)$ i $D = (-13, 9)$ oraz środku symetrii $M = \left(-\frac{9}{2}, 1\right)$. Okrąg $\mathcal{O}$ przechodzi przez początek tego układu i jest styczny do prostych zawierających boki AB i BC tego równoległoboku. Druga współrzędna środka okręgu $\mathcal{O}$ jest liczbą ujemną.

Wyznacz równanie okręgu $\mathcal{O}$.

Zadanie 15. (0–6)

Rozważamy wszystkie graniastosłupy prawidłowe trójkątne o polu powierzchni całkowitej równym $24\sqrt{3}$.

a) Wykaż, że objętość V graniastosłupa w zależności od długości a krawędzi podstawy jest określona wzorem

$$V(a) = 6a - \frac{1}{8}a^3$$

b) Objętość V graniastosłupa w zależności od długości a krawędzi podstawy jest określona wzorem

$$V(a) = 6a - \frac{1}{8}a^3$$

dla $a \in \left(0, 4\sqrt{3}\right)$.

Wyznacz długość krawędzi podstawy tego z rozważanych graniastosłupów, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

MATEMATYKA
Poziom rozszerzony
Formuła 2015
MATEMATYKA
Poziom rozszerzony
Formuła 2015