

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to
E-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza

EMAP-R0-**100**-2605

DATA: 11 maja 2026 r.

GODZINA ROZPOCZĘCIA: 9:00

CZAS TRWANIA: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = x^2 + 4$. W układzie współrzędnych (x, y) styczna do wykresu tej funkcji w punkcie $(2, 8)$ przecina oś Ox w punkcie

- A. $(-1, 0)$ B. $(0, 0)$ C. $(1, 0)$ D. $(2, 0)$

Zadanie 2. (0–1)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Iloraz tego ciągu jest równy $\frac{2}{3}$, a suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa $\frac{9}{4}$.

Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{27}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

Najmniejszą liczbą naturalną n spełniającą nierówność

$$\left| \frac{2n - 5}{3n + 2} - \frac{2}{3} \right| < \frac{1}{20}$$

jest

- A. 41 B. 42 C. 82 D. 84

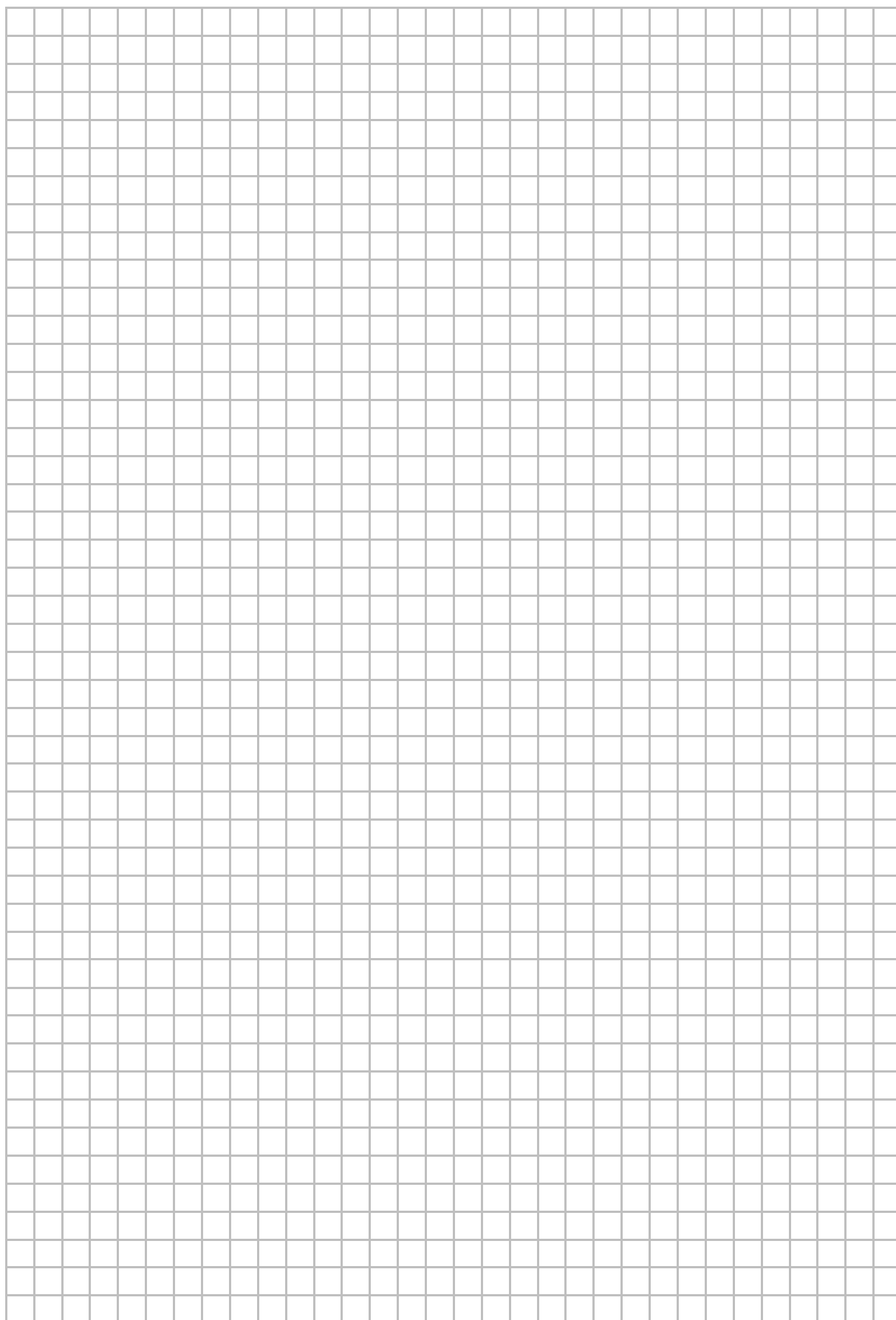
Zadanie 4. (0–1)

Liczby x oraz y są takimi dodatnimi liczbami rzeczywistymi, że $x \cdot y \neq 1$ i $y \neq 1$ oraz $\log_{x \cdot y} x = 2026$.

Liczba $\log_y(x \cdot y)$ jest równa

- A. $\left(-\frac{1}{2025}\right)$ B. (-2025) C. $\frac{1}{2025}$ D. 2025

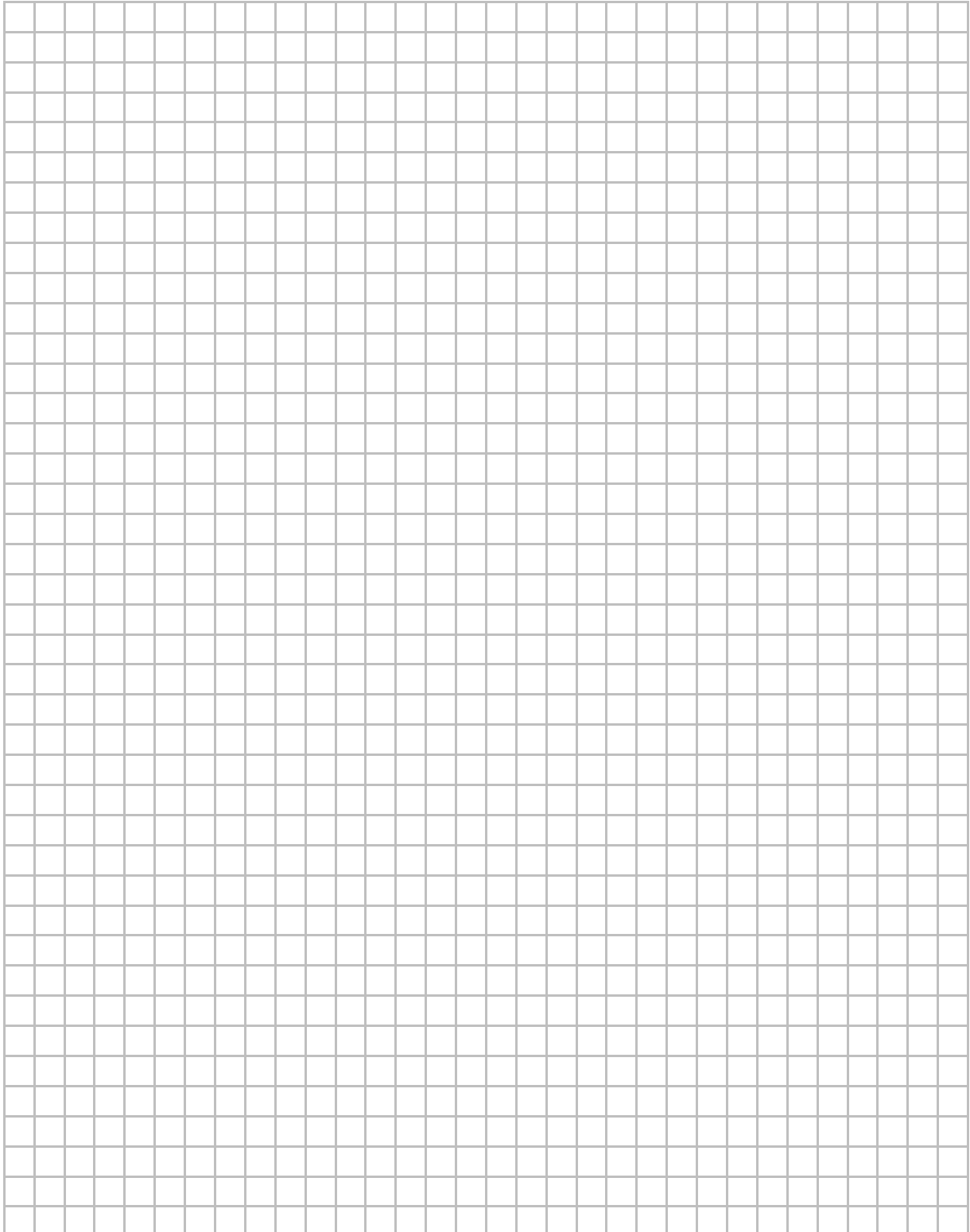
BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 6. (0–3)

Ze zbioru ośmiu liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy bez zwracania osiem razy po jednej liczbie. Wylosowane liczby ustawiamy w ciąg zgodnie z kolejnością losowania.

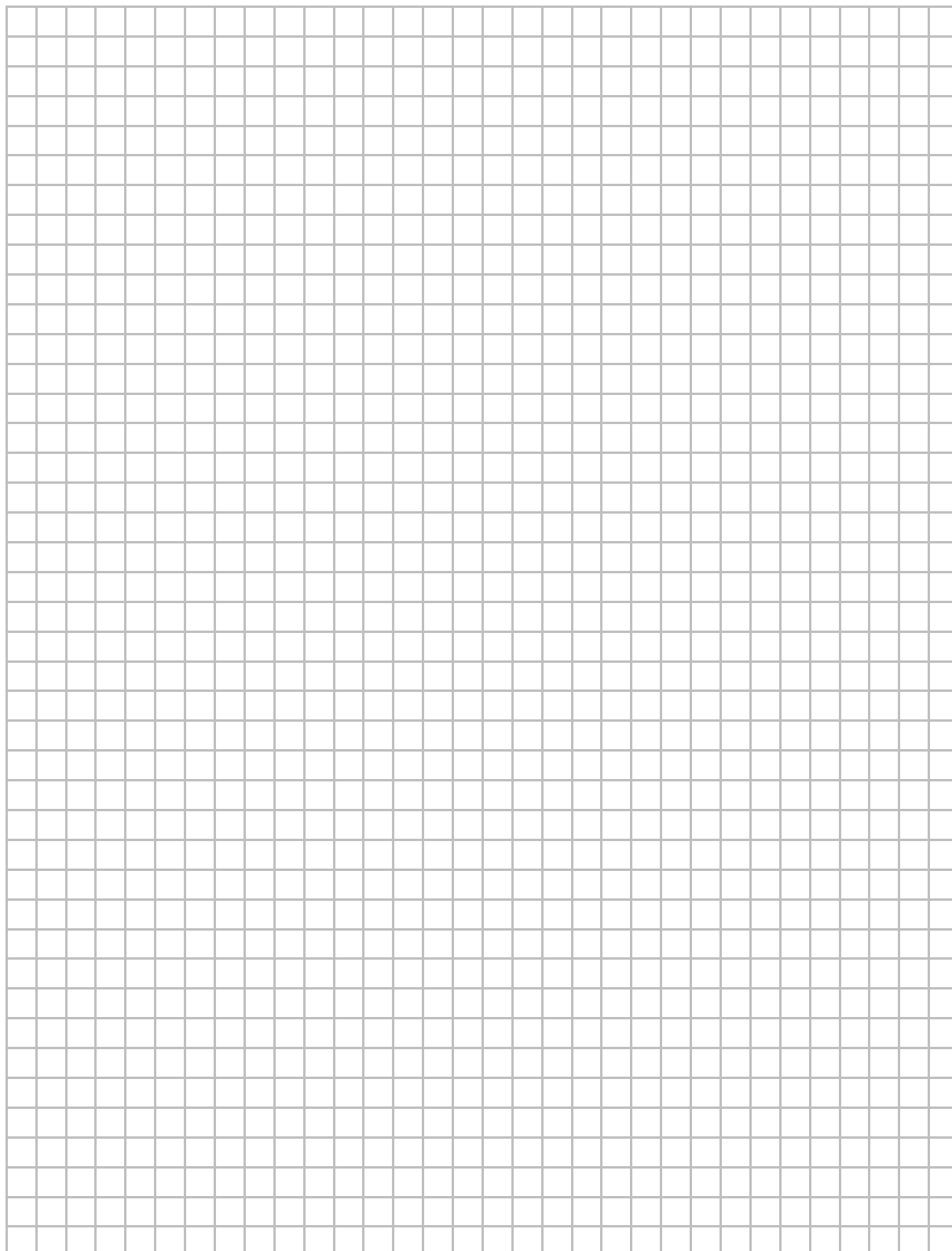
Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowane liczby utworzą ciąg, w którym iloczyn każdych trzech kolejnych wyrazów będzie liczbą podzielną przez 3. Wynik podaj w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

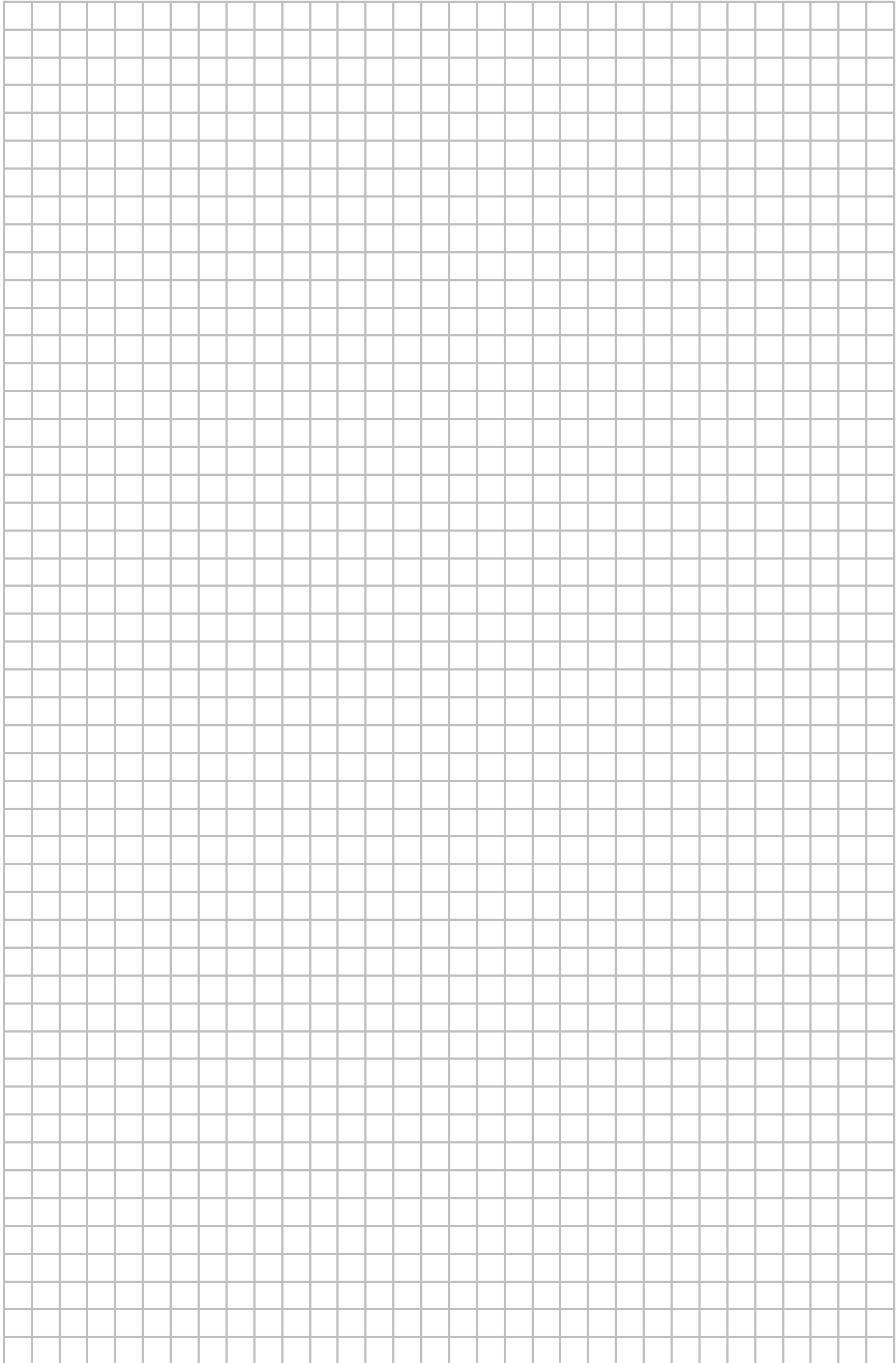


Zadanie 7. (0–3)

Wykaż, że dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x i dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

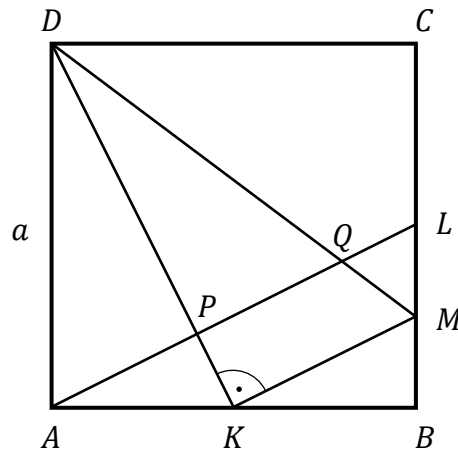
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}$$



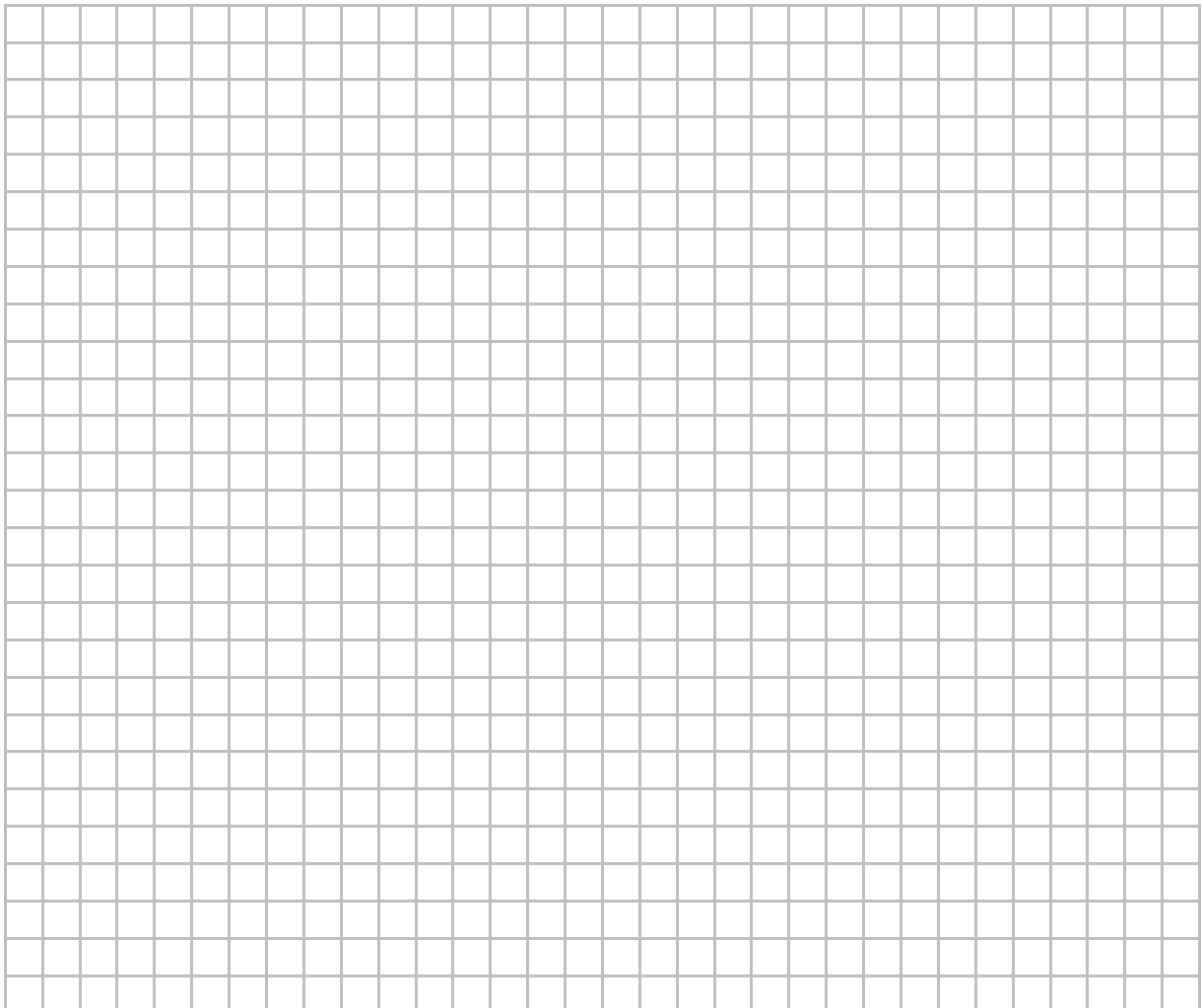


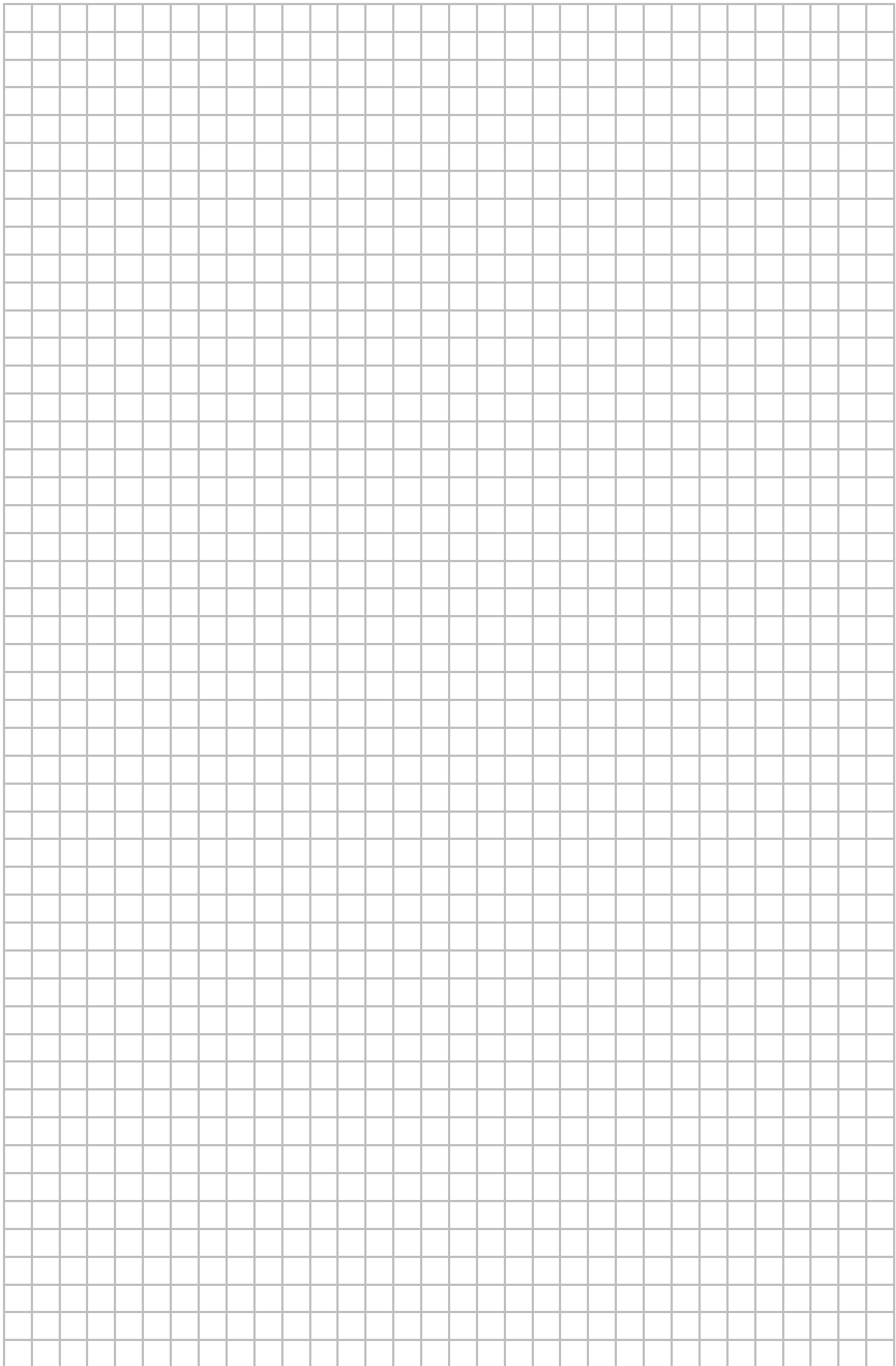
Zadanie 8. (0–3)

Punkty K i L są środkami – odpowiednio – boków AB i BC kwadratu $ABCD$ o boku długości a . Punkt M jest takim punktem na boku BC , że odcinki DK i KM są prostopadłe. Odcinek AL przecina odcinki DK oraz DM w punktach – odpowiednio – P oraz Q (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|PQ| = \frac{\sqrt{5}}{5}a$.

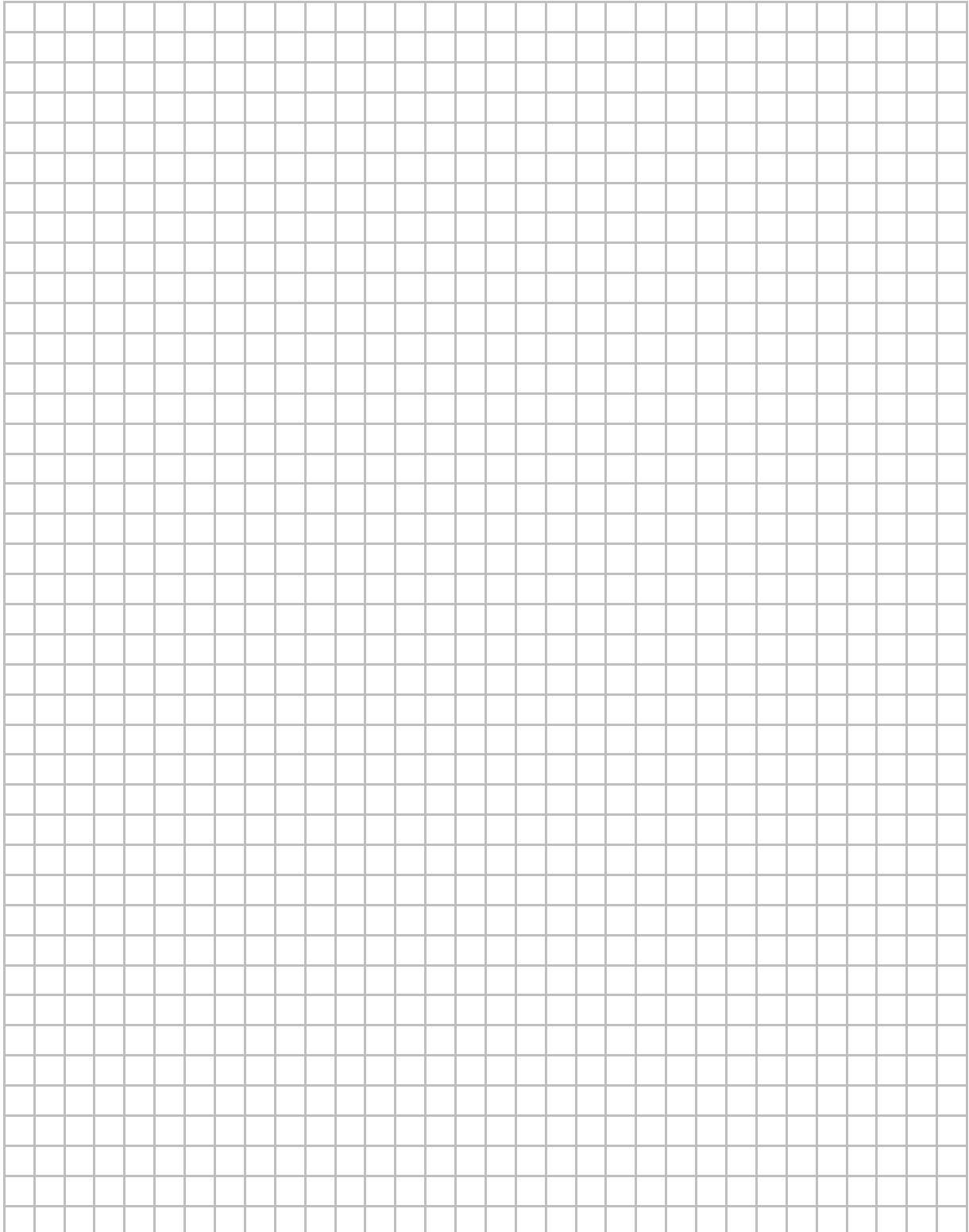


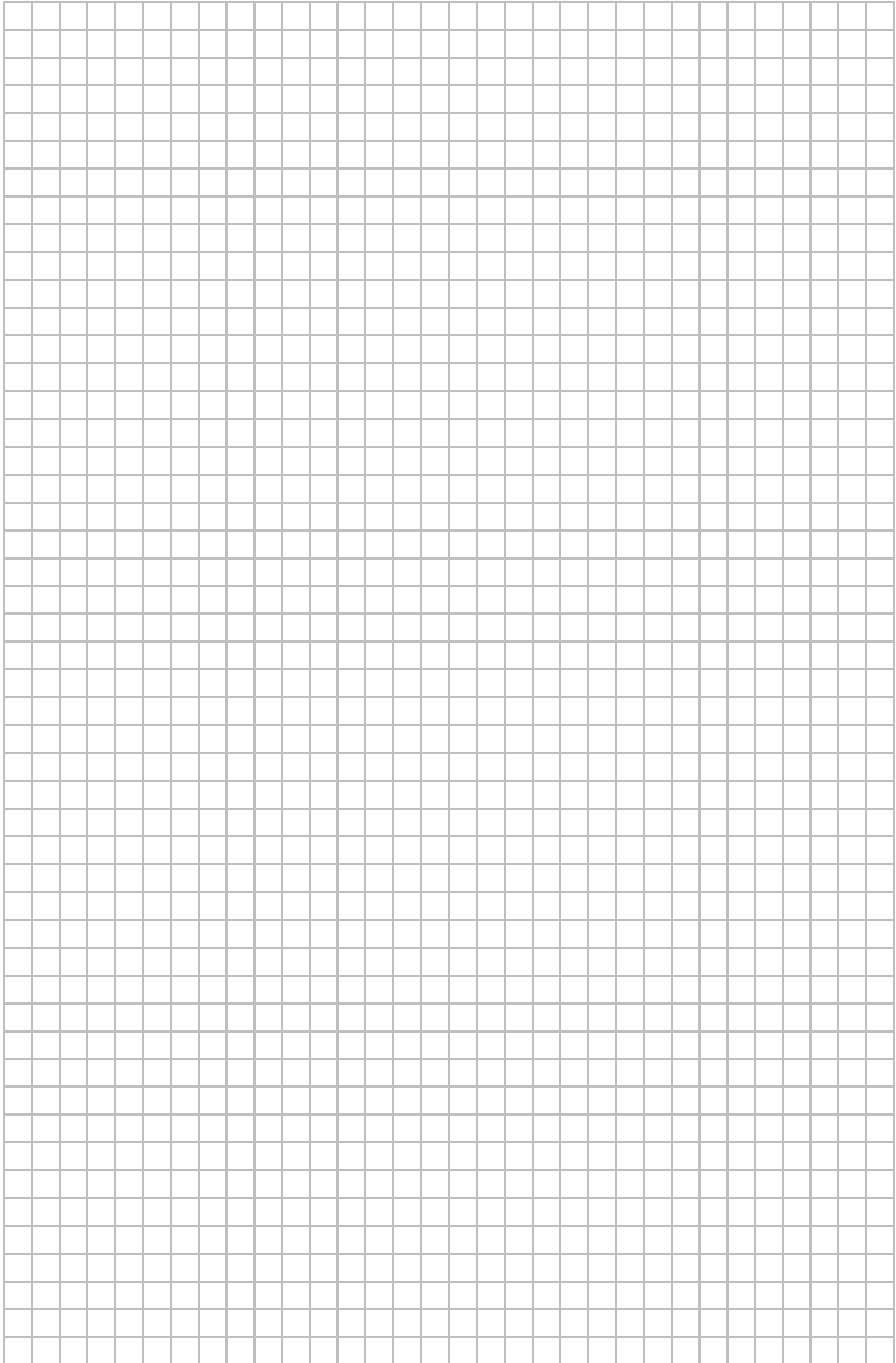


Zadanie 9. (0–4)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) o skończonej liczbie wyrazów. Liczba wyrazów tego ciągu jest większa od 6. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 1, a ostatni wyraz tego ciągu jest równy (-2025) . Drugi, trzeci i szósty wyraz tego ciągu tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny.

Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (a_n) .

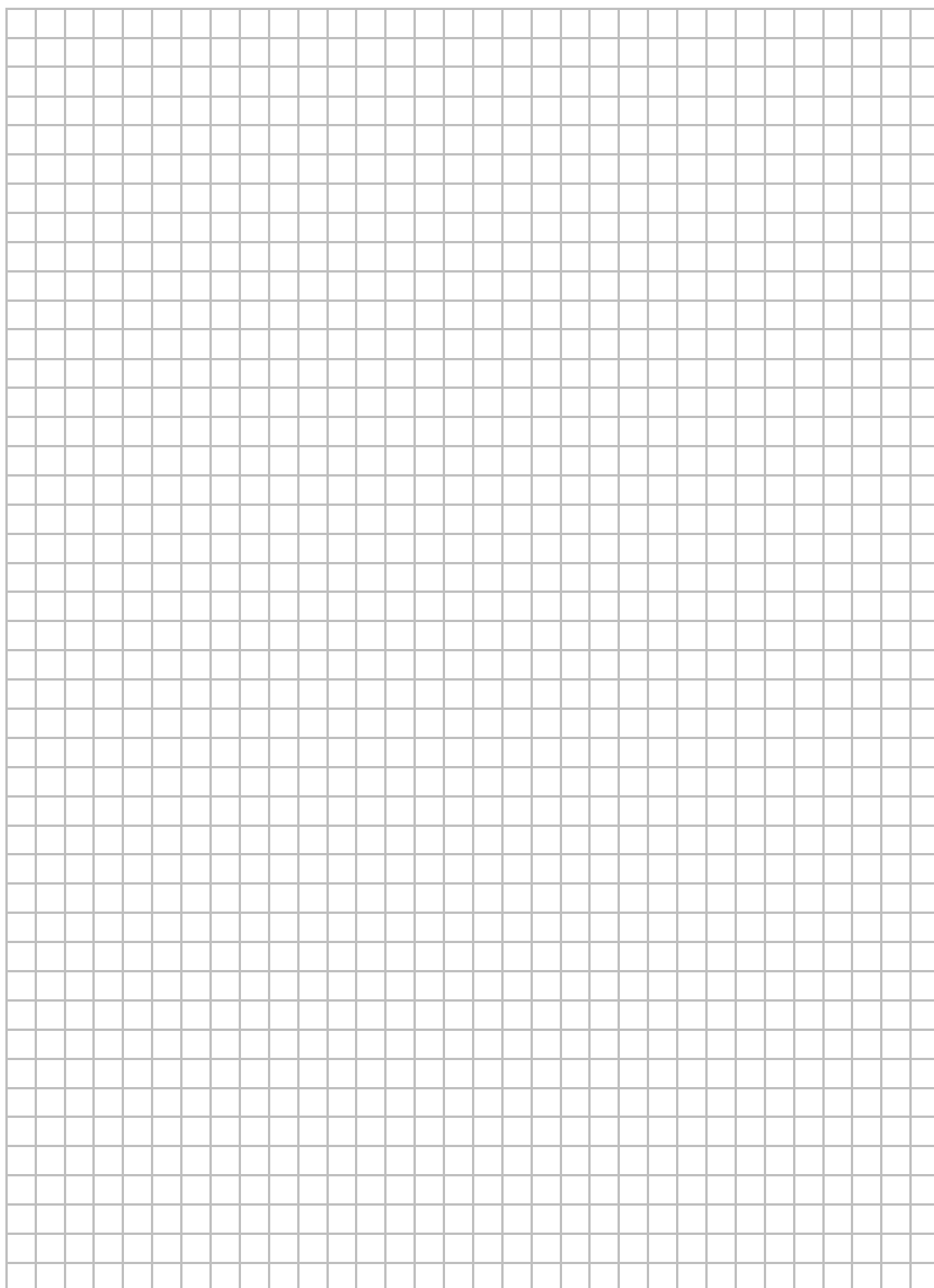


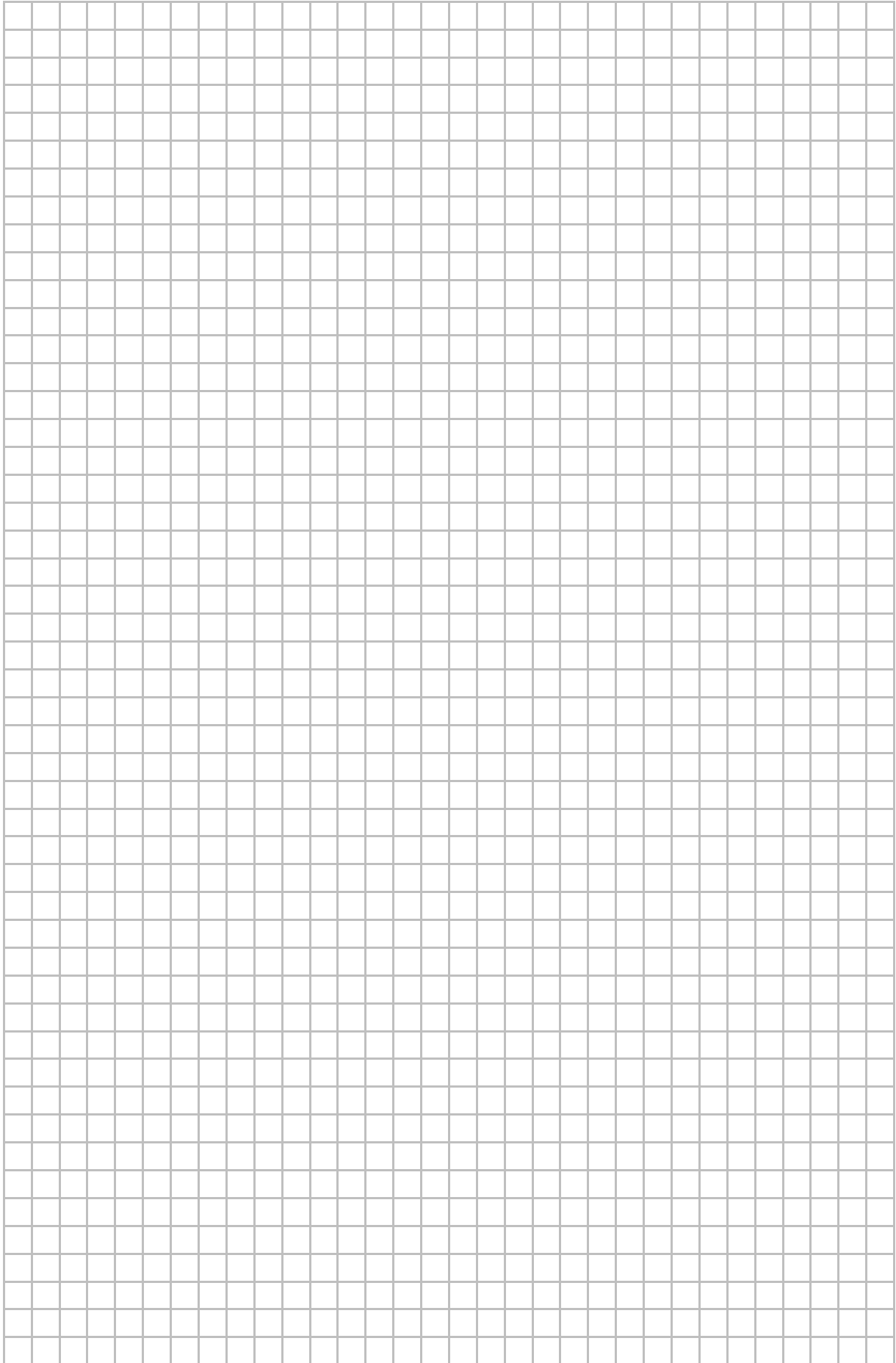


Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie

$$\sin(6x) - 2 \sin(2x) = 0$$

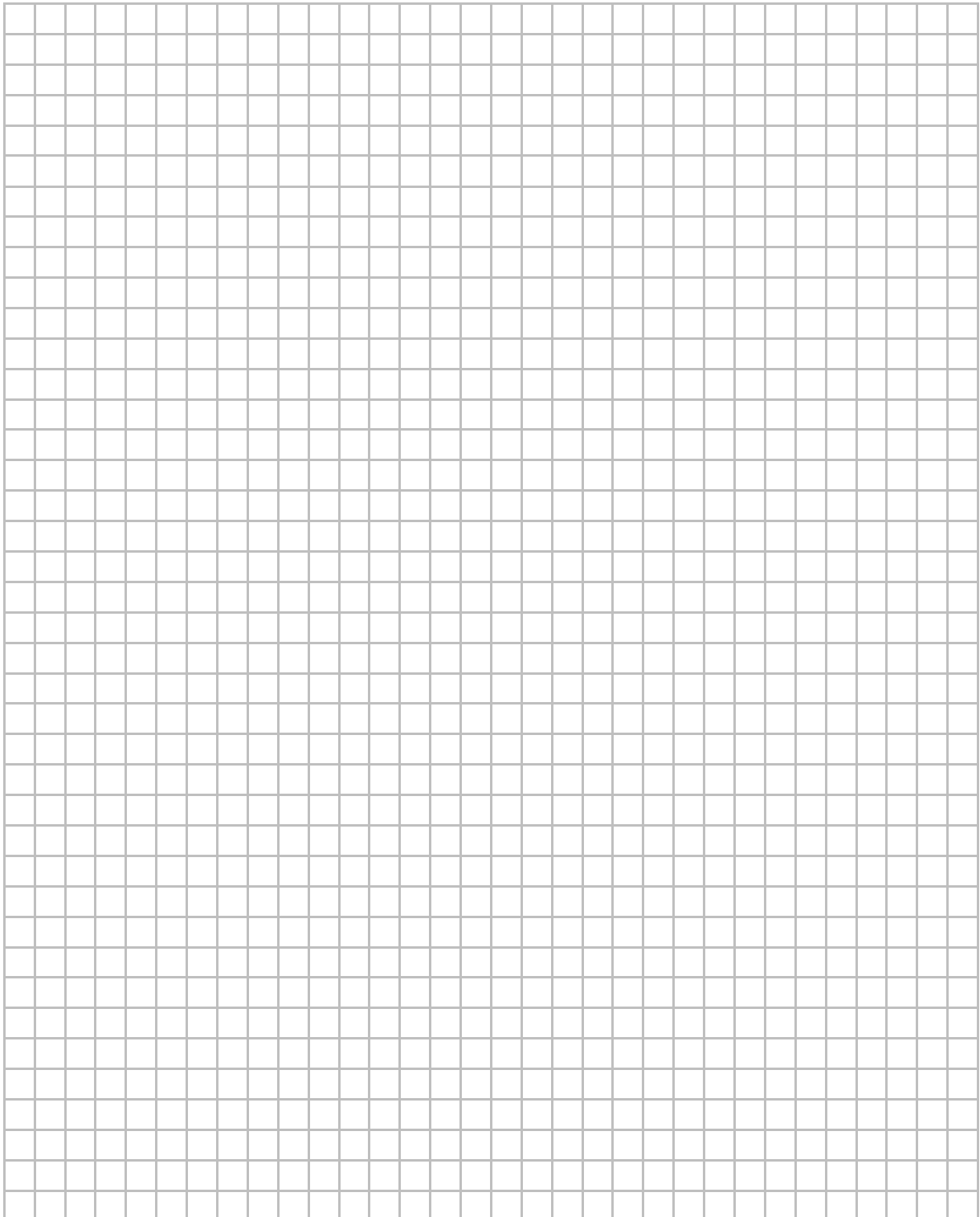


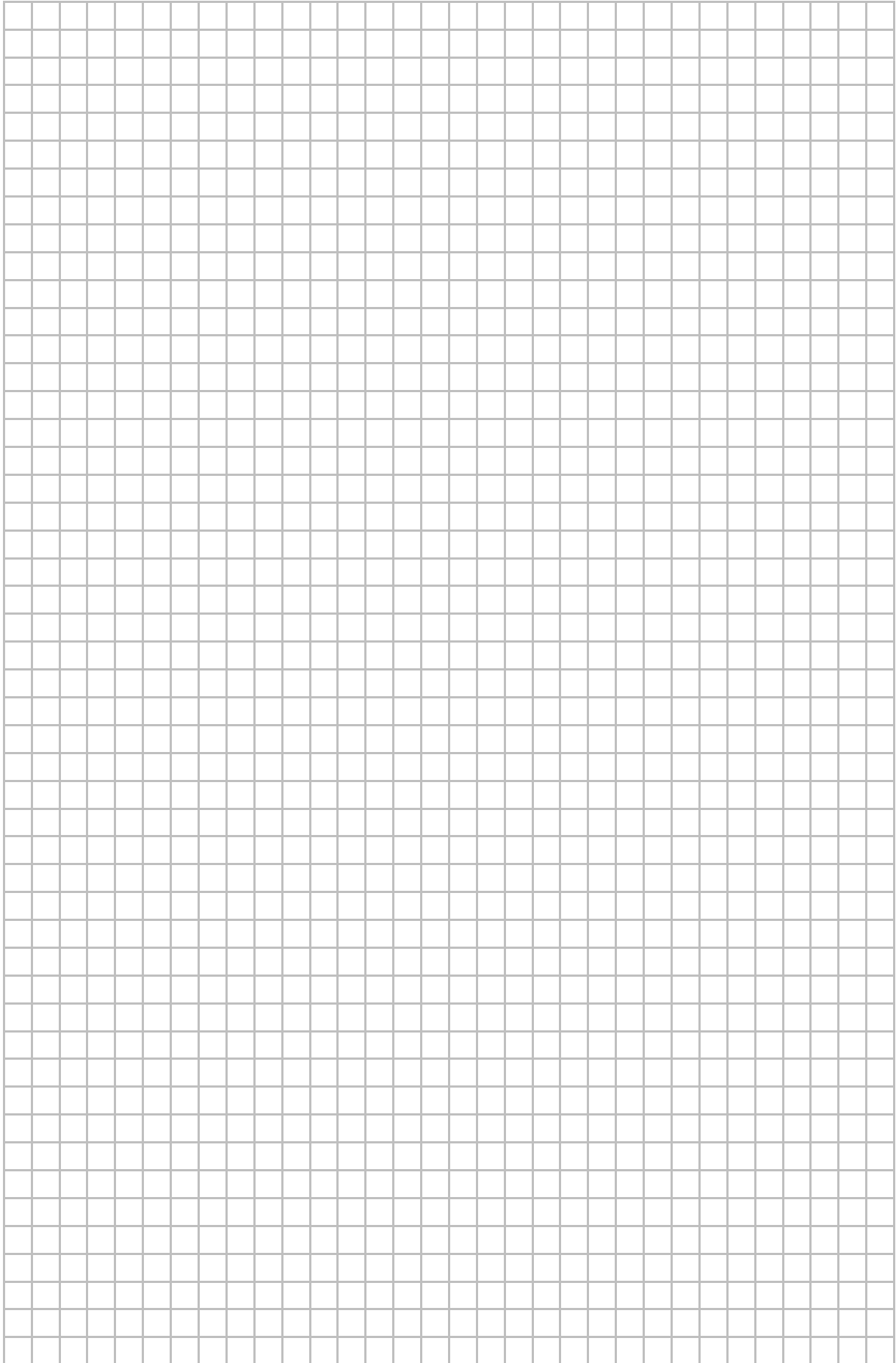


Zadanie 11. (0–4)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ podstawa ABC jest trójkątem równobocznym. Długość okręgu opisanego na podstawie ABC jest równa $6\sqrt{2}\pi$, a cosinus kąta między krawędziami bocznymi SB i SC jest równy $\frac{5}{9}$.

Oblicz długość krawędzi podstawy ABC oraz cosinus kąta między ścianami bocznymi SAC i SBC tego ostrosłupa.

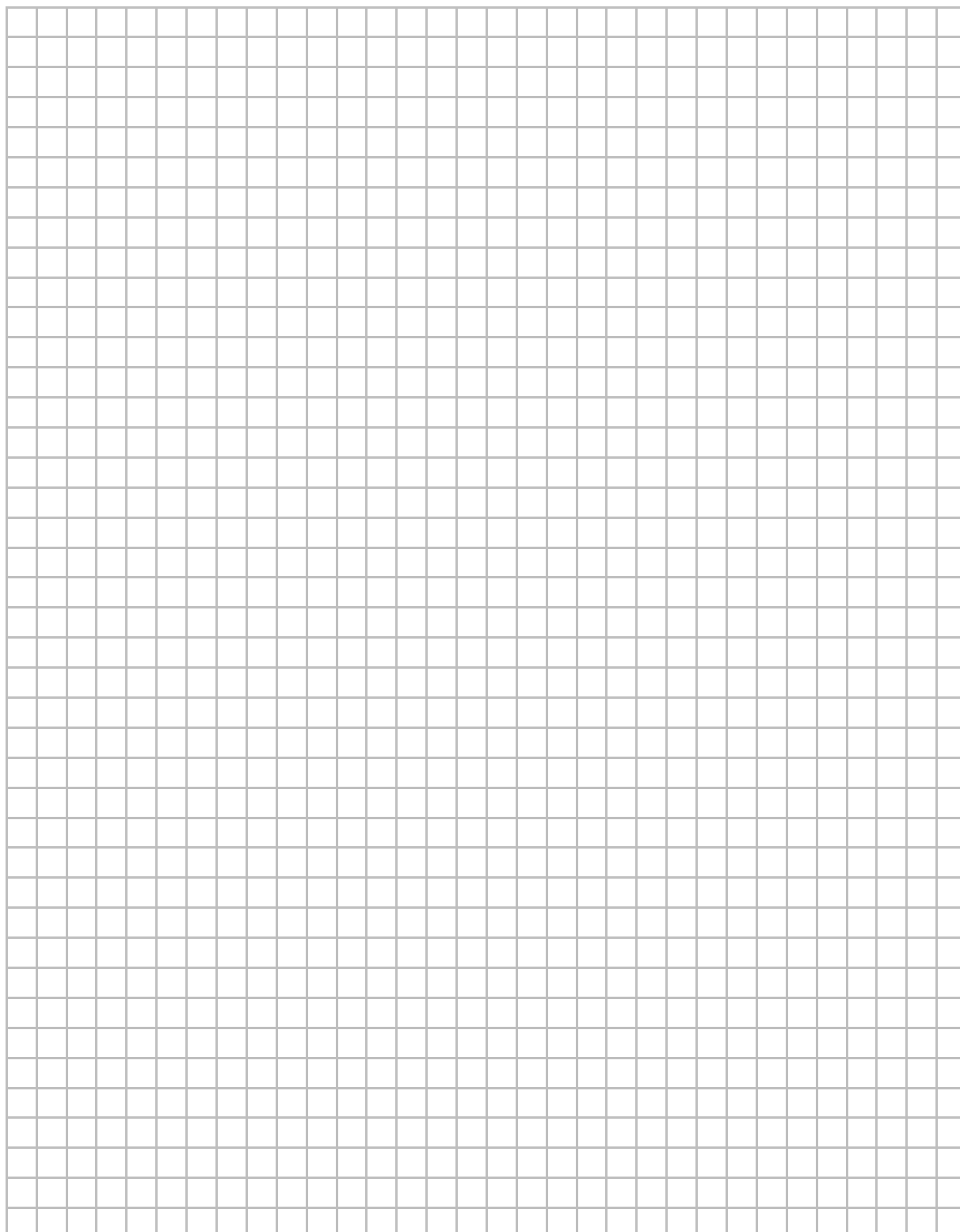


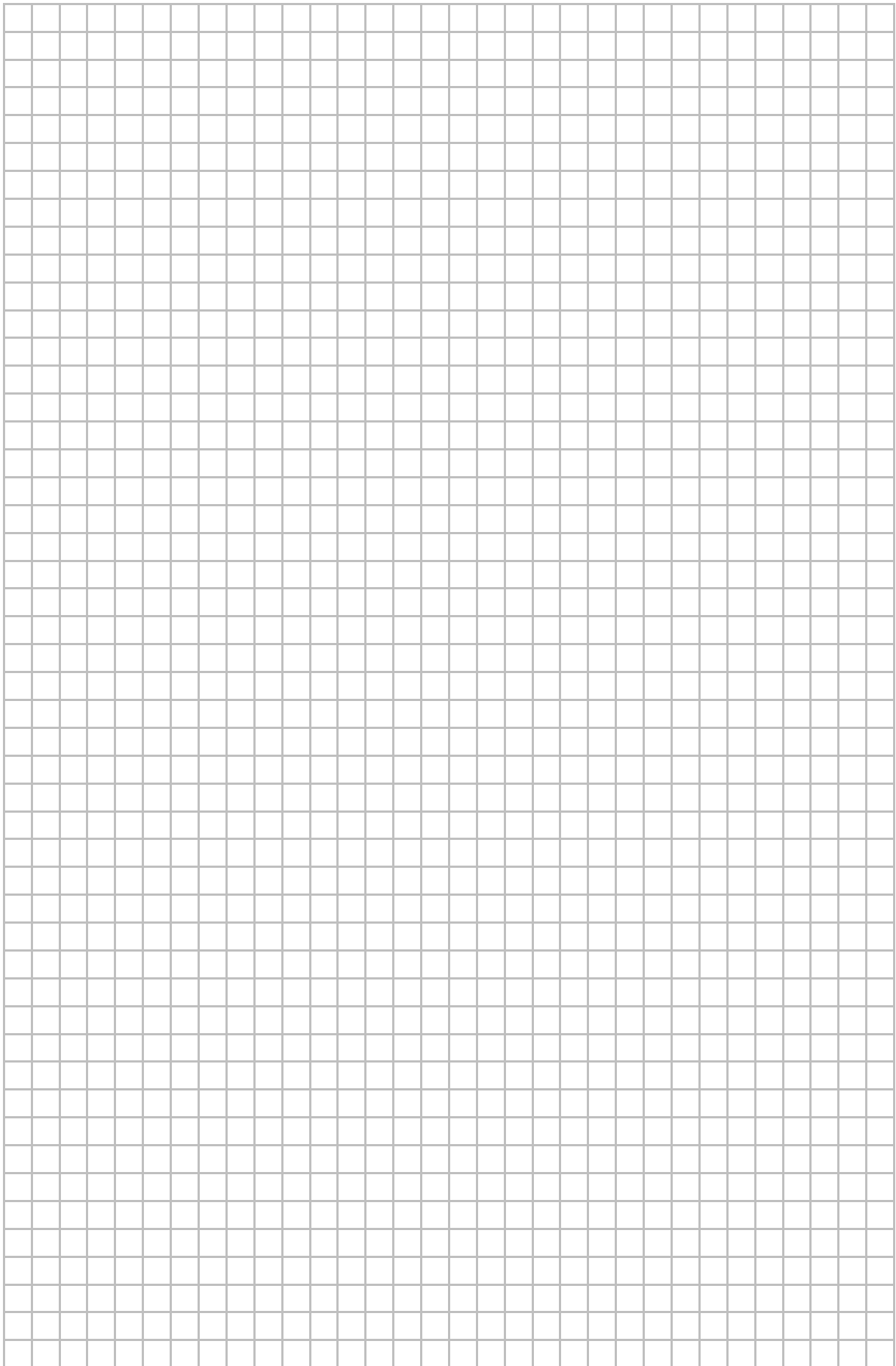


Zadanie 12. (0–5)

W układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (1, -1)$ oraz $B = (4, 0)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , w którym $|CA| = |CB|$. Jedno z ramion trójkąta ABC zawiera się w prostej o równaniu $x + 2y - 4 = 0$. Na boku AC tego trójkąta obrano taki punkt M , że $|AM| : |MC| = 1 : 4$.

Wyznacz równanie okręgu, który ma środek w punkcie M i przechodzi przez punkt C .



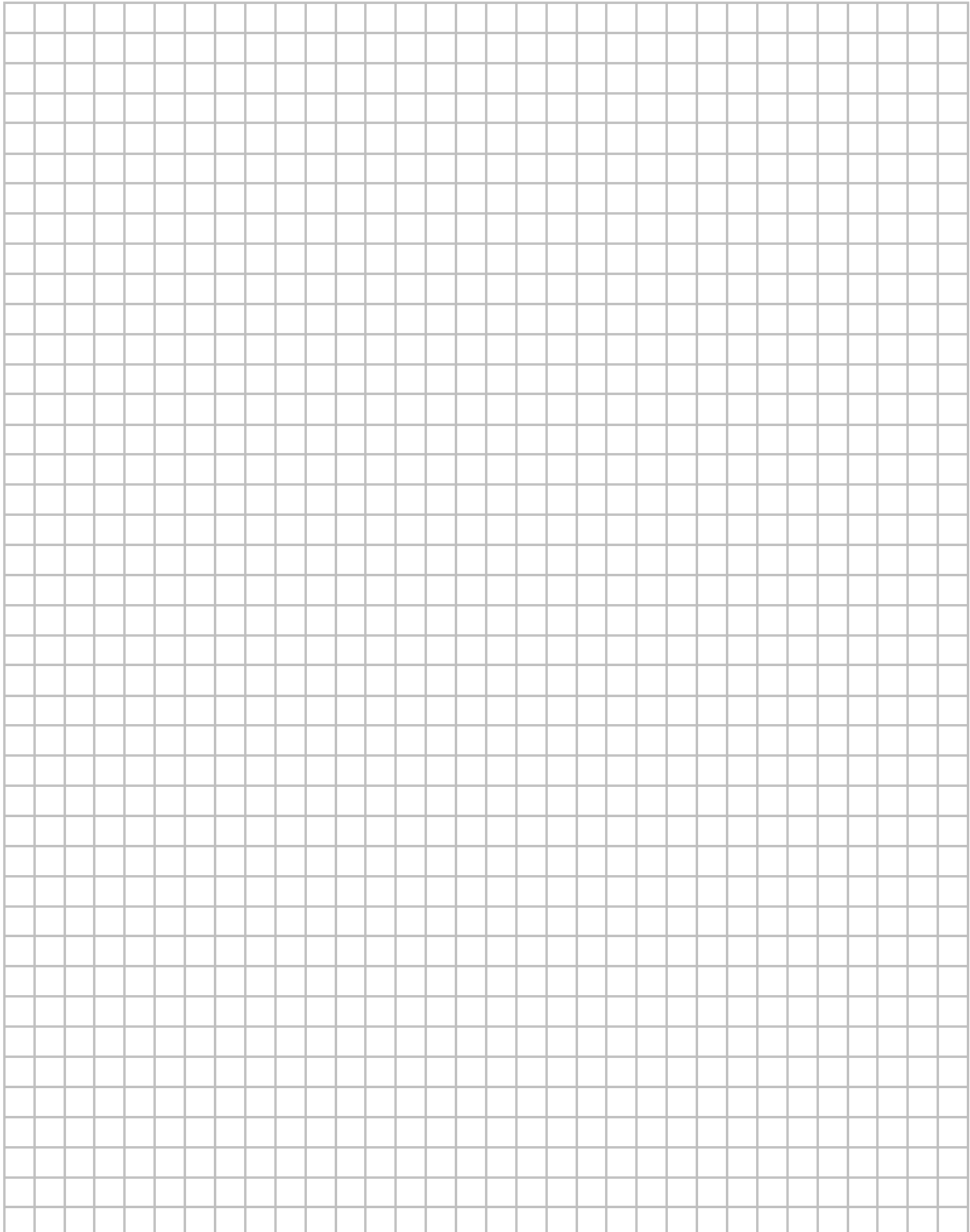


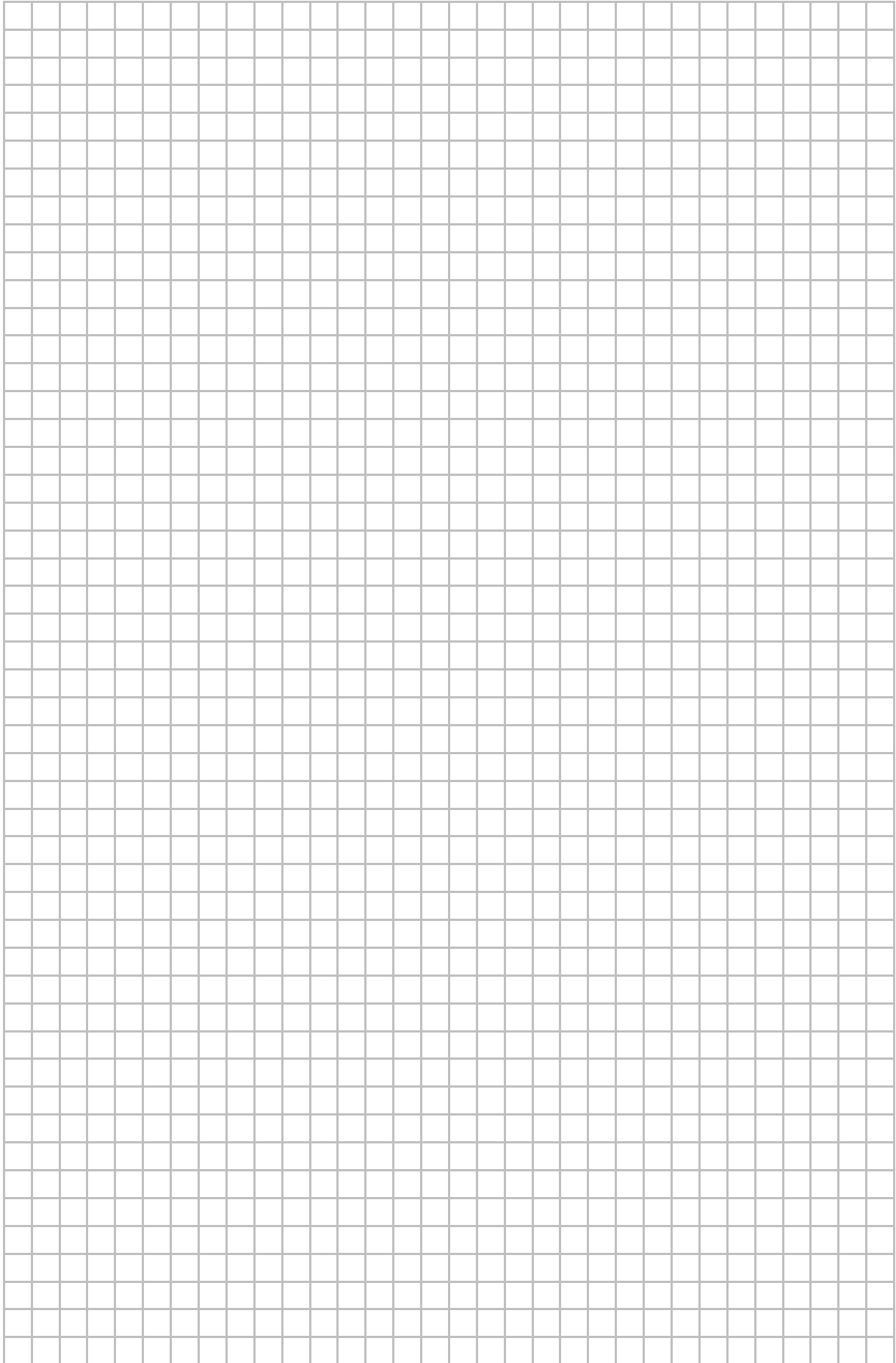
Zadanie 13. (0–5)

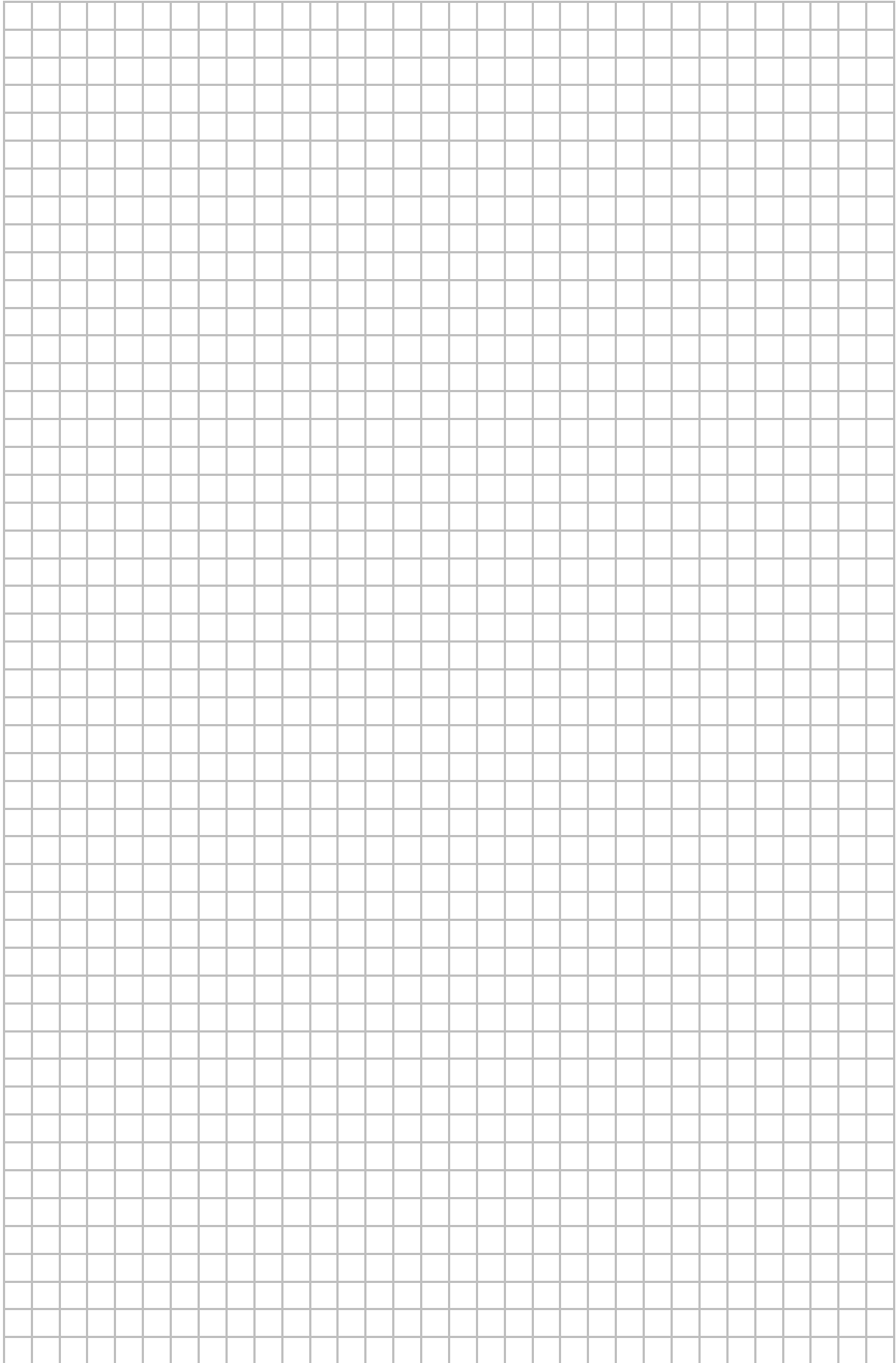
Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m , gdzie $m \neq 0$, dla których funkcja kwadratowa f określona wzorem

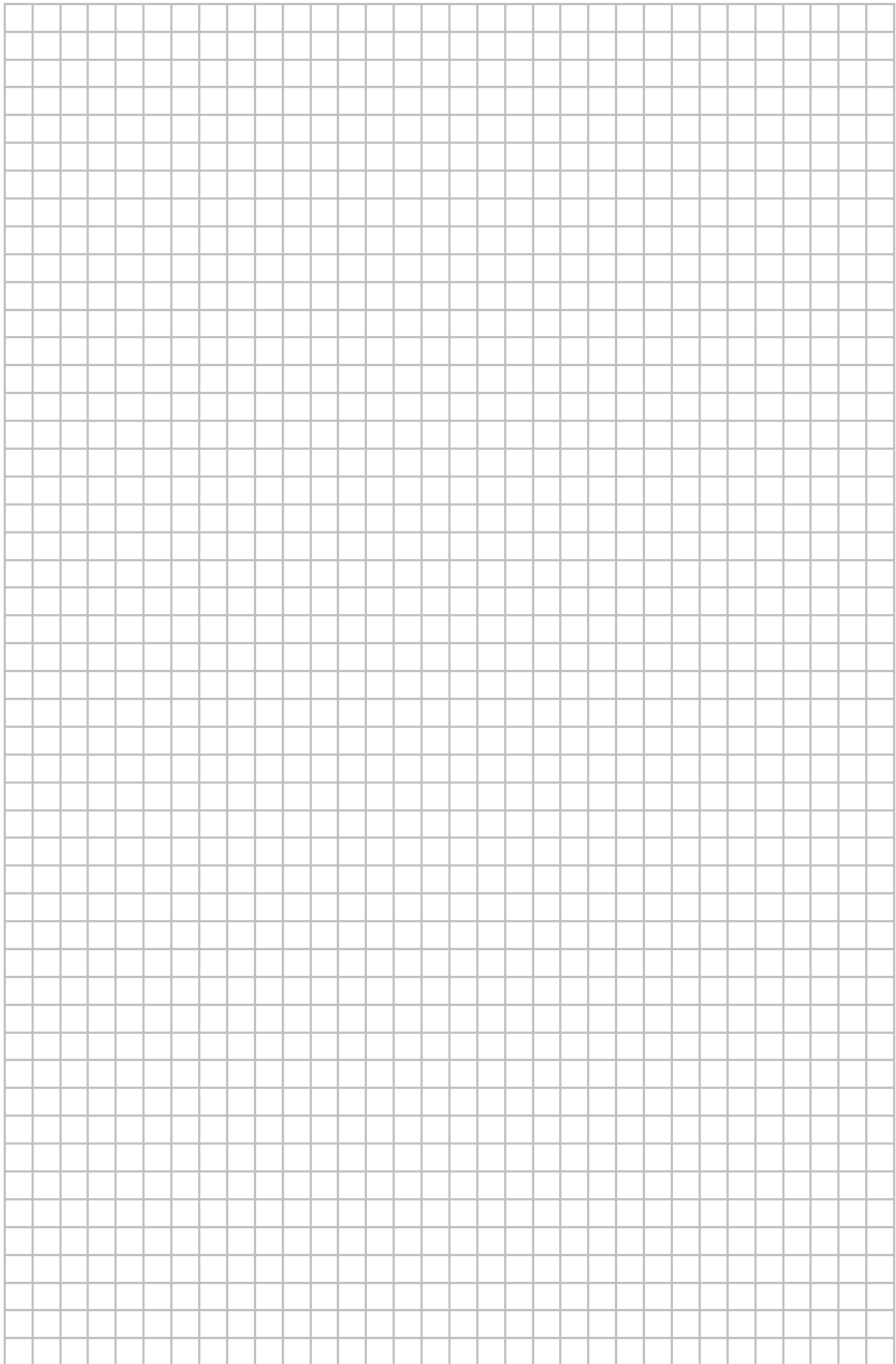
$$f(x) = m^2 \cdot x^2 - 2mx - m + 1$$

ma dwa różne miejsca zerowe x_1 oraz x_2 należące do przedziału $(-2, 2)$.



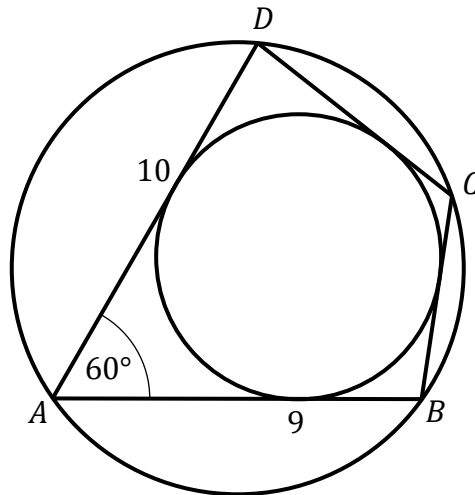




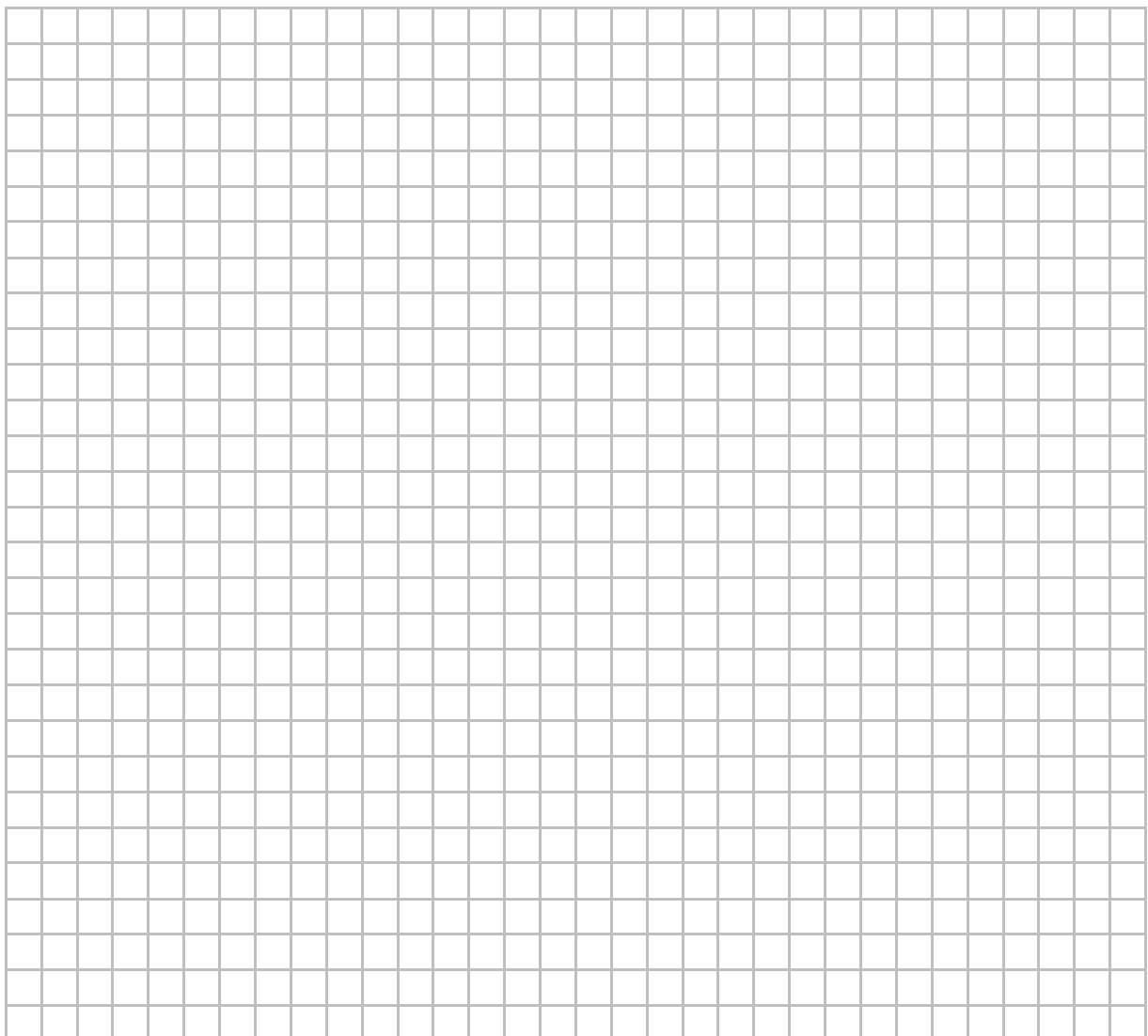


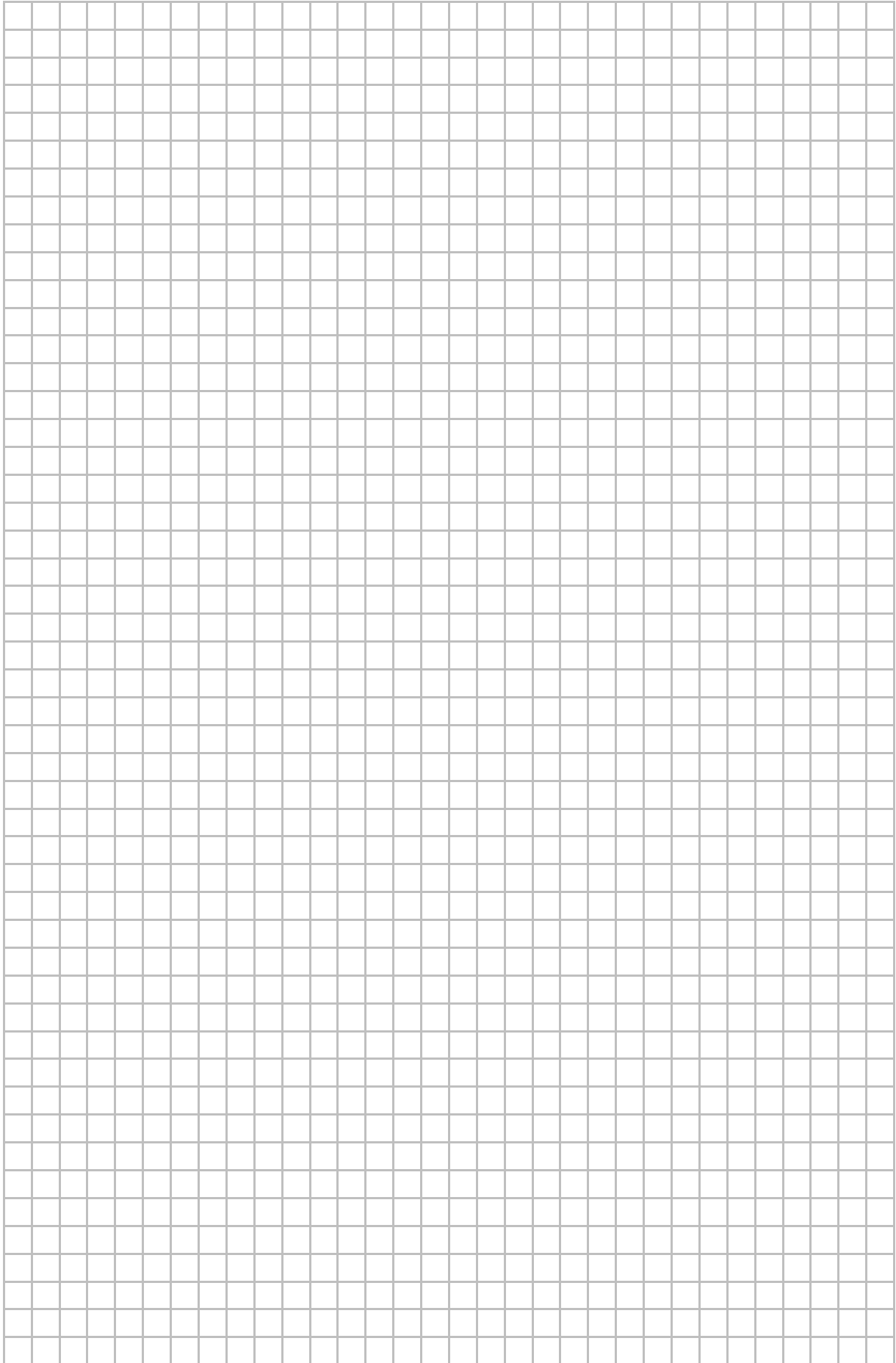
Zadanie 14. (0–6)

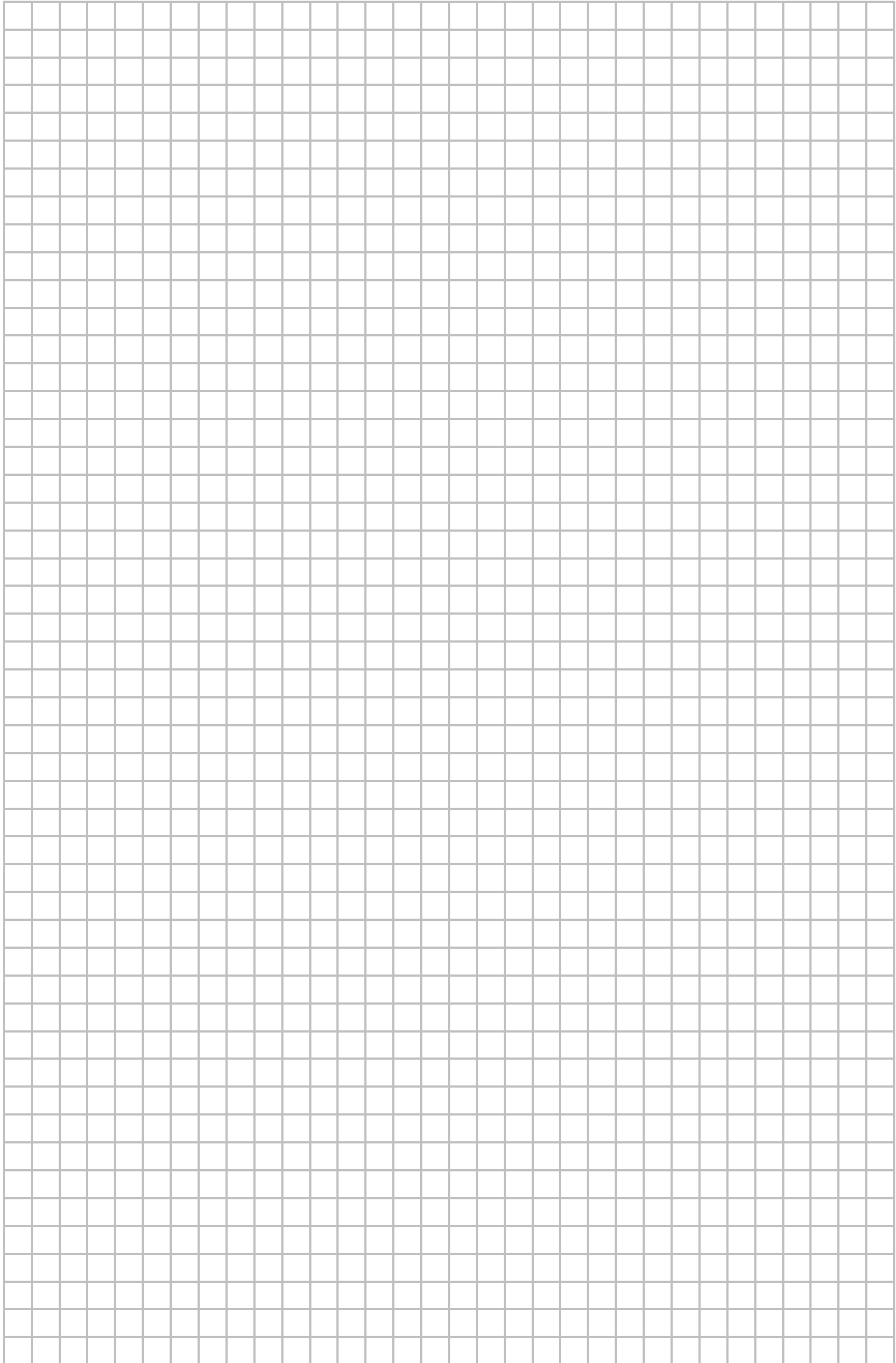
W czworokącie $ABCD$ są dane: $|AB| = 9$, $|AD| = 10$ oraz $|\sphericalangle BAD| = 60^\circ$. W ten czworokąt wpisano okrąg oraz na tym czworokącie opisano okrąg (zobacz rysunek).

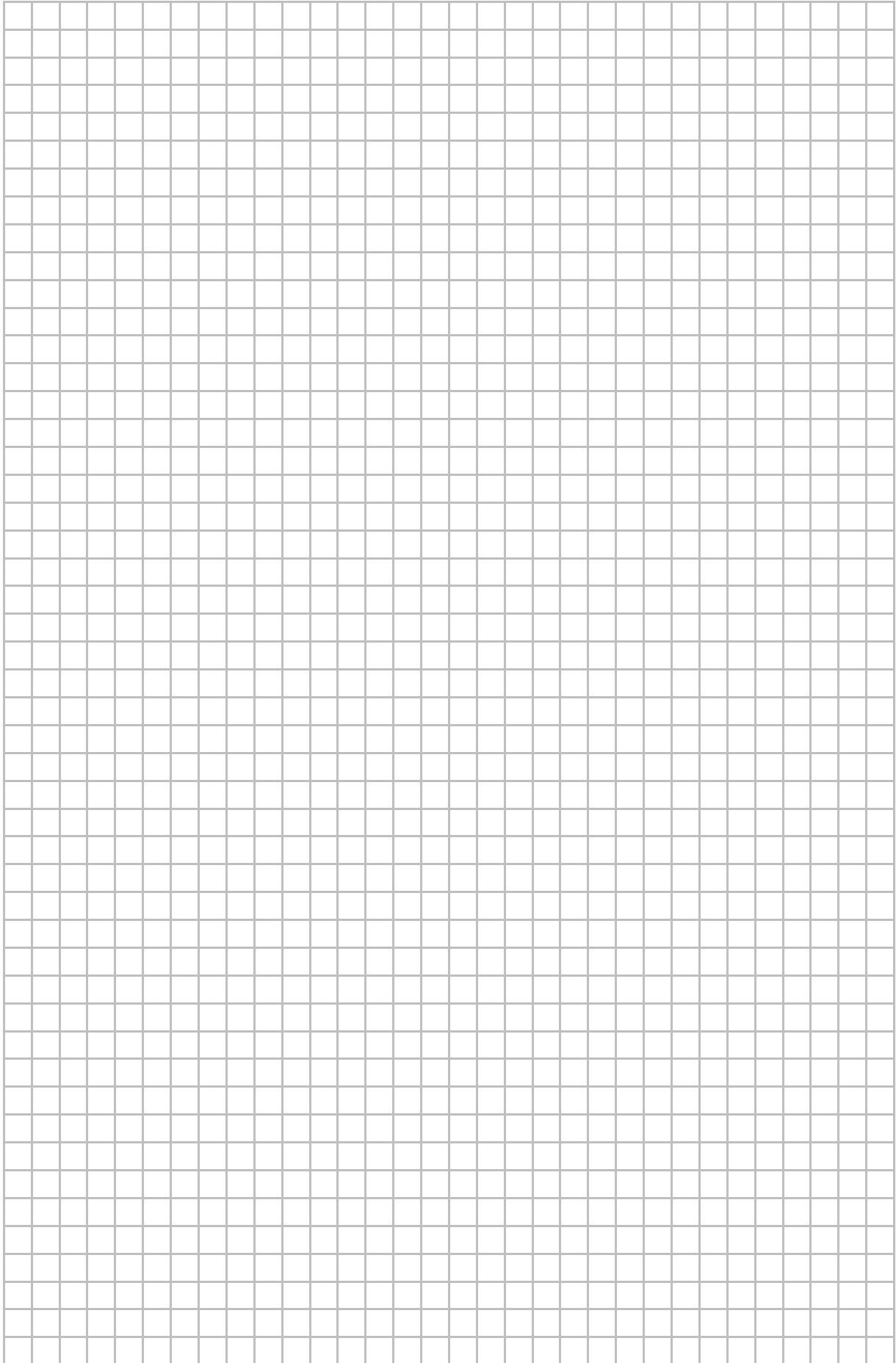


Oblicz długości boków BC i CD oraz pole czworokąta $ABCD$.



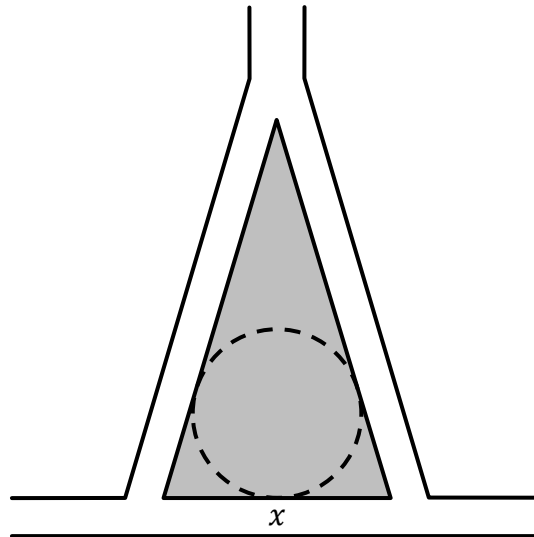






Zadanie 15. (0–7)

W projekcie ogrodu zaplanowano kwiatnik w kształcie trójkąta równoramiennego o podstawie długości x metrów nieprzekraczającej 10 metrów. Na tym kwiatniku ma znajdować się fontanna w kształcie koła o średnicy 4 metrów, które ma być styczne do każdego z boków trójkątnego kwiatnika (zobacz rysunek). Projektantowi zależy, aby przy tak ustalonej wielkości fontanny pole tego kwiatnika było najmniejsze.



- a) Wykaż, że pole P (wyrażone w metrach kwadratowych) trójkątnego kwiatnika o podstawie długości x metrów jest określone wzorem

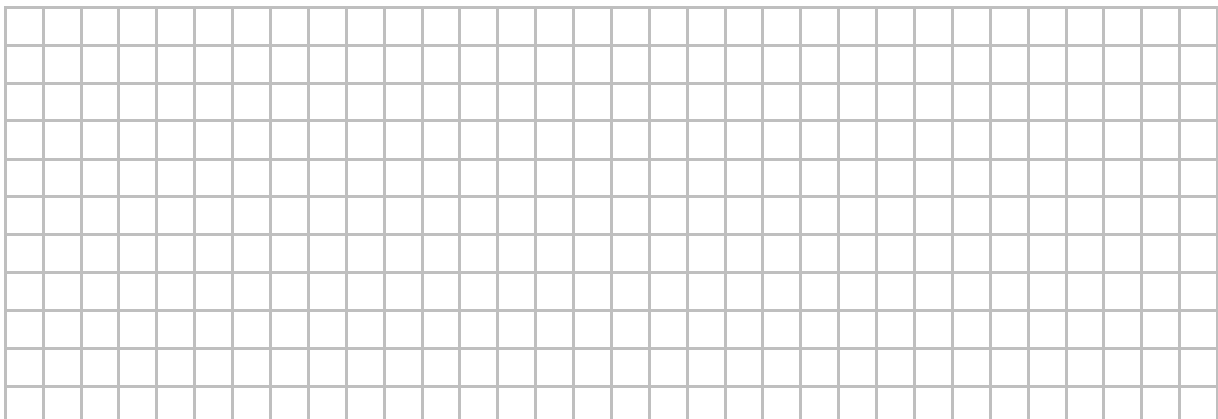
$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$

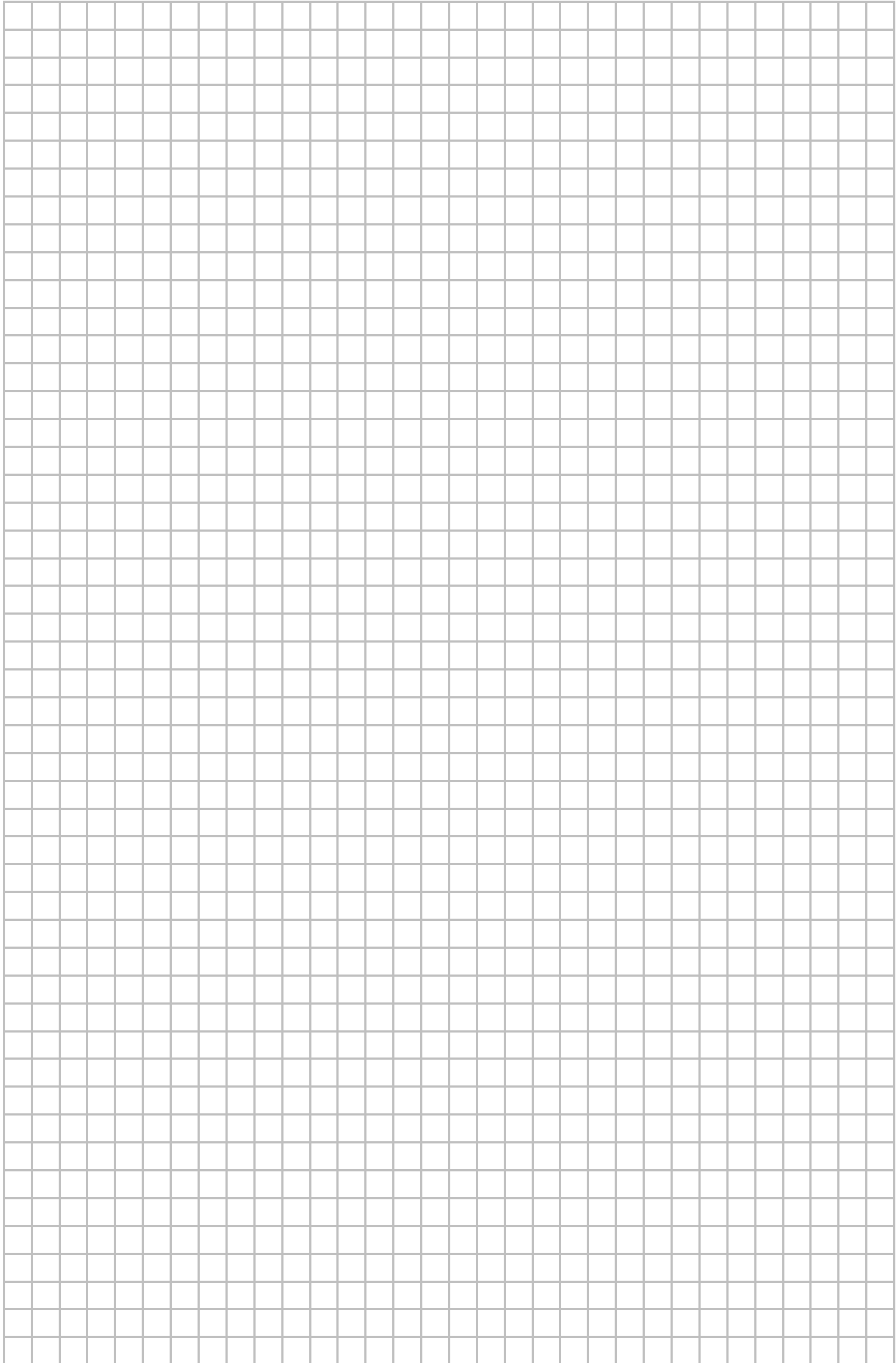
- b) Pole P trójkątnego kwiatnika o podstawie długości x metrów jest określone wzorem

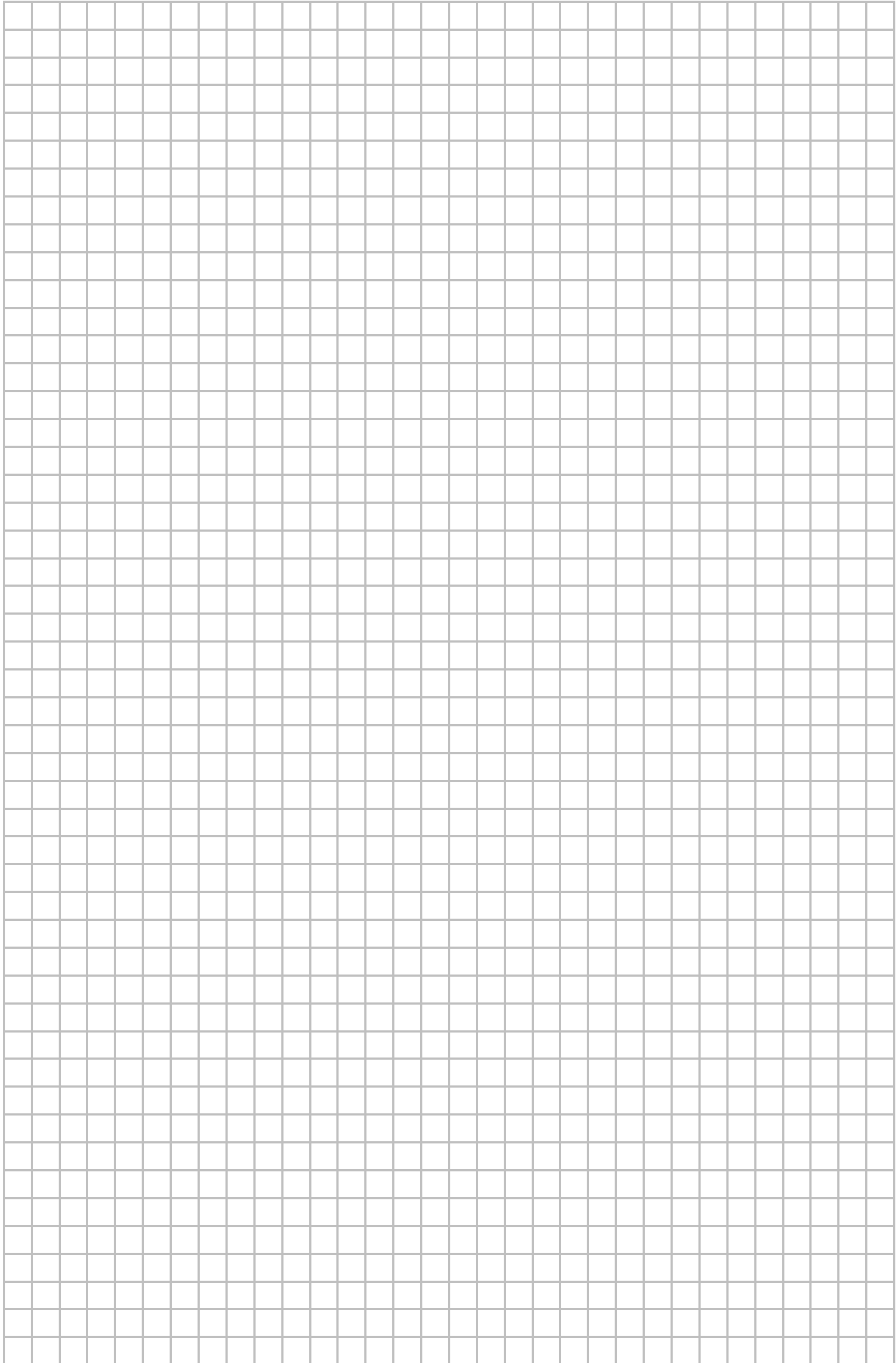
$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$

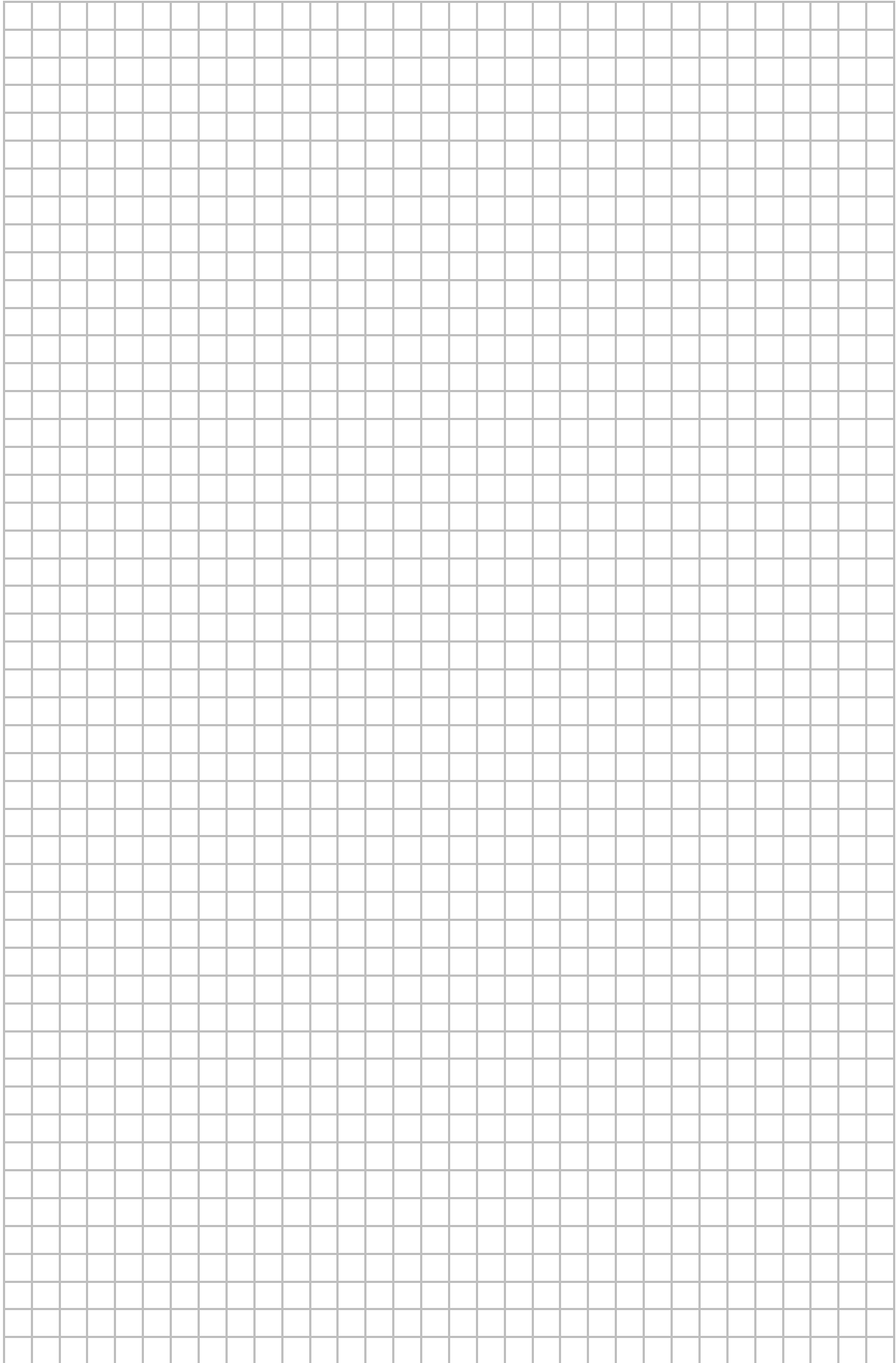
dla każdego $x \in (4, 10)$.

Wyznacz długość x podstawy trójkątnego kwiatnika, dla której pole tego kwiatnika jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

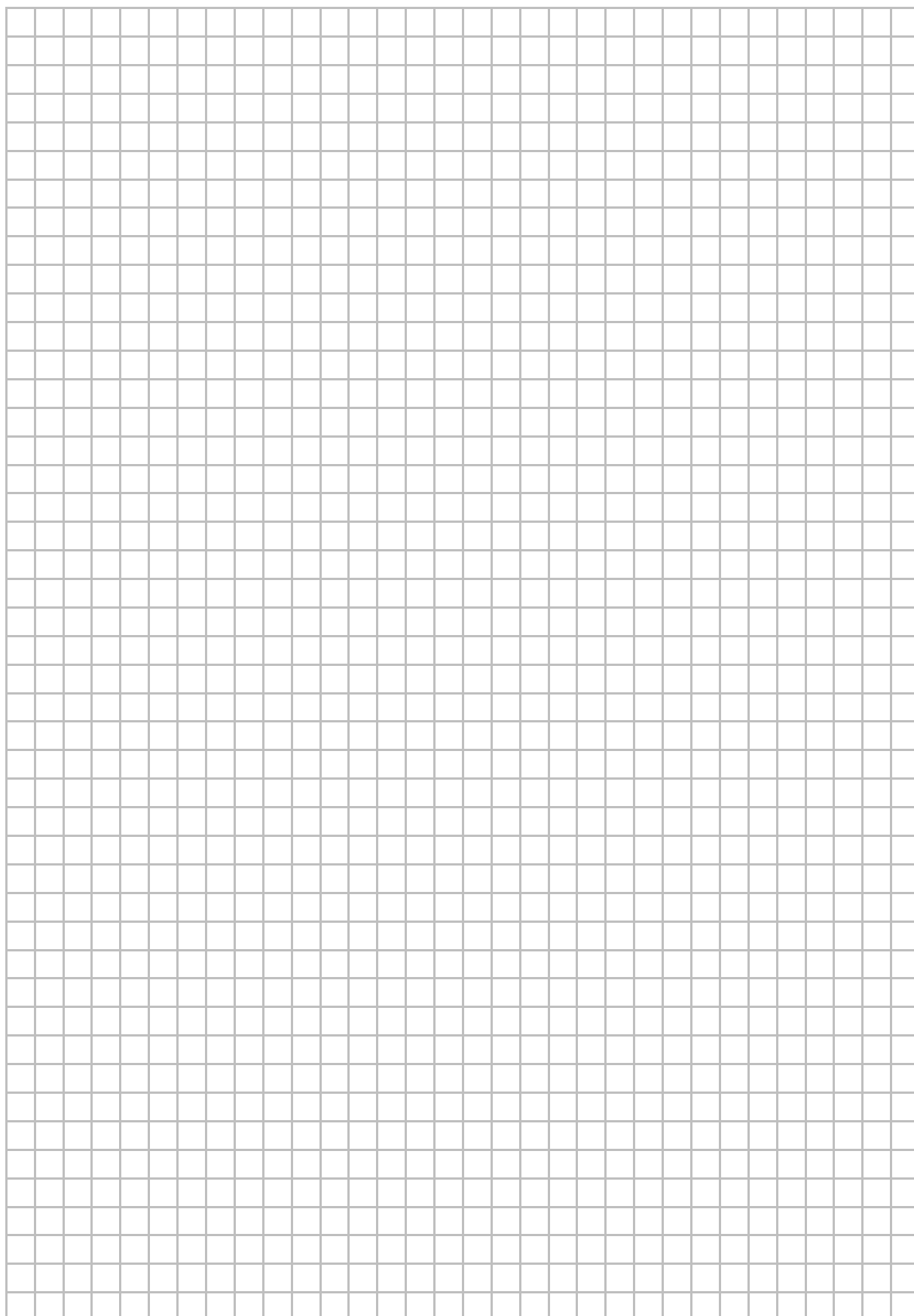


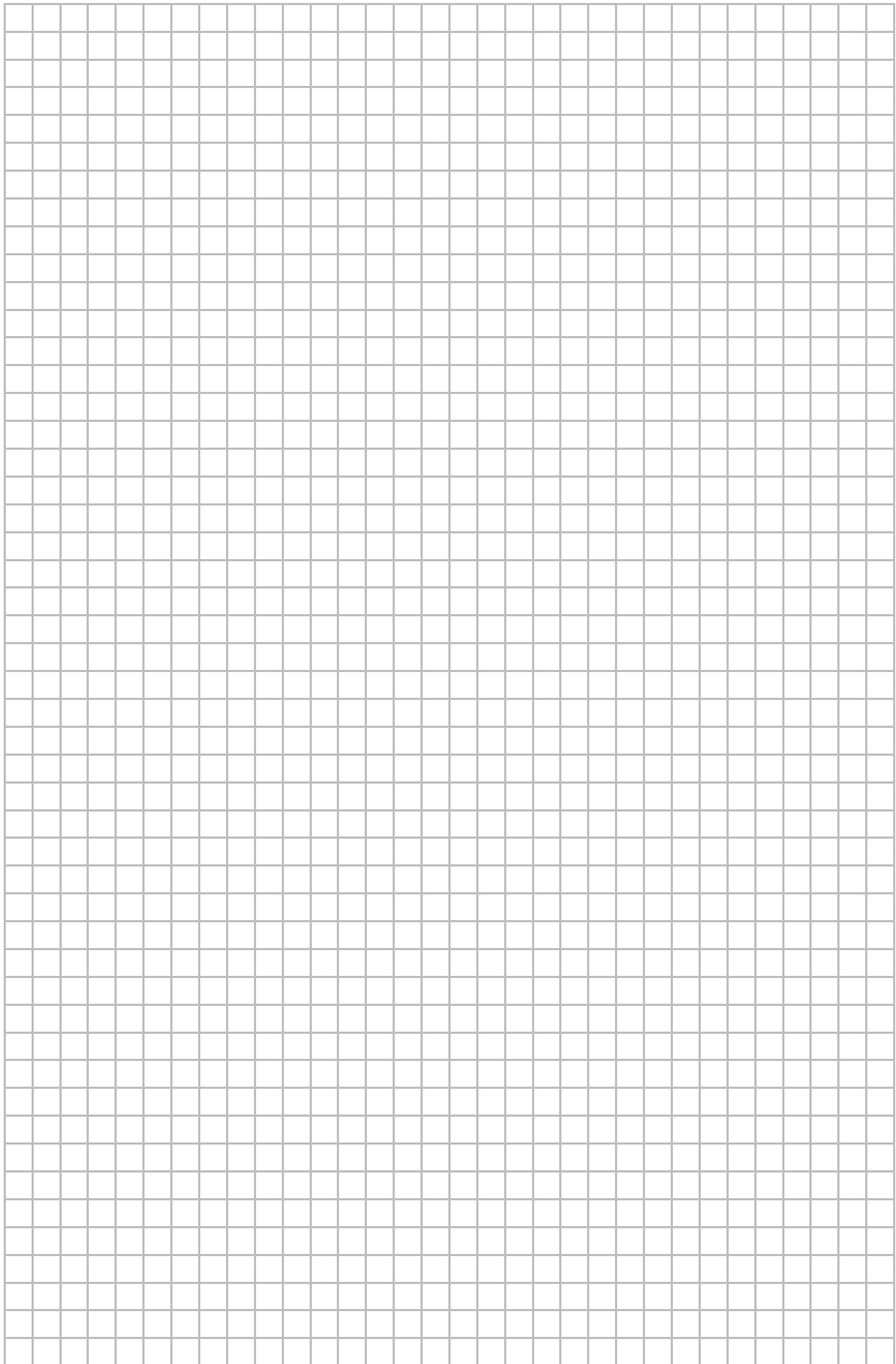






BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)





MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2015